

Enrichment Mathematics – 網上教室 (節錄 三十九課 FINALE¹)

陸美蓮
退休中學老師

歡迎來到我的教室。今次的題目是 *Finale*，yes，這是我的教室的最後一條影片。

或者大家想問，為什麼不做影片呢？主要的考慮是眼睛的健康問題。事實上，天下無不散的筵席，我想我對 *Enrichment Mathematics* 的理解也顯示得差不多了，是時候停下來過我的退休生活。春花秋葉，涼風白雪，退休之後可以更有閒情地感受大自然的美態，雲遊四海，體會不同地方的風土人情是我年輕時一個浪漫的想法，等待疫情消去後，看看可否成行！

或者大家對我製作影片的原因會有點好奇。我是在去年即是 2021 年的十二月開始做影片。我在退休之後回校代了六星期的課，感覺依然愉快，學生的積極學習態度讓我覺得自己還在進步中，這種自我肯定讓我在停下教學工作，在開展下一個人生階段之前，想為過去的工作做一點整理，並且對有意學習的年輕人提供一點看法。眼睛的問題讓我遲疑了一陣，終於還是在十二月做了第一條影片。為了形成學習的習慣，我在星期五的下午五點上傳我的影片，今年（2022 年）六月，因為代課的原故停了三個月，到今個星期為止，總共製作了 39 條影片。

我的影片主題是 *Enrichment Mathematics*，是在現有的課程上提供一些題材來增潤同學在數學上的學習。在 DSE 課程指引中，有一項是沒有具體內容，但在高中的三年內有 10 小時作 *Inquiry and Investigation*，這部份會是因材施教，由老師以他們的專業引領學生作進一步的探索和研究。沒有具體內容可以是無所適從，也可以是高度自主。我很幸運我的學生多是積

1 本文為網上影片原文 (*Enrichment Mathematics - Ms Luk Classroom - 39 Finale*) 於 2022 年 11 月 25 日上載至 YouTube (<https://youtu.be/SuvxC8QyBfI>)，獲編委邀請在此轉載。

極好學，讓我可以有在教學時有更多的嘗試與發揮。這三十多條影片主要顯示在基本課程外，我用作增潤的題材。

增潤的課題可以教些什麼？我認為可以透過問題和講解幫忙同學建立良好的學習習慣和態度，我嘗試在一題多解、一題多變、勾勒三角等影片中做一些示範。

當然增潤一般是指增加學習的深度和廣度，我對幾何、直線方程、不等式、解方程、概率、矩陣等都提供了一些材料讓大家參考。

其實學習的動力在於好奇心和覺得有趣。影片中部份的材料是來自我在課堂教學剩下的十分鐘向同學提出的小問題，不一定和當時的教學直接相關，不過有趣和有挑戰性可以讓同學之間進行討論。我的學生喜歡這些點心題，思考、解題可以是一種樂趣！

在我的影片也展示過我的個人的經驗，從年輕時對月亮的好奇，至前幾年對 **mass point** 的研究。為學不限年紀，也不限於考試，真的學海無涯！

在真實的課堂中，可以互動，透過提問引導思考，有眼神接觸，有積極的討論，產生良好的課堂氣氛，讓教與學都是一樂趣。

但是在這個虛擬的教室，除了只有我在做獨腳戲外，還有基於影片的時間限制，內容要在十多分鐘內完成，節奏會比較快，未能給予時間讓收看的人作思考與消化。然而真正的學習需要學習者的投入和參與，我建議大家善用暫停制來作調節。

我把影片介紹給我的學生和年輕的同事。影片的部份內容已在班上講過，但是在一班三十多人中總有不少因為一些原因，聽漏了一點，而弄不明白。收看影片的優點是可以重聽，而且在同學覺得適合的時候來學習，從學習成效看，應該會更好。

觀課是老師之間進行教學交流的一個方式。作為科主任，過去我有不少向我的同事觀課的機會，讓我獲益良多。但是同事們來看我的課的機會則不多。或者這些影片可以作為他們來我的教室觀課的一種方式。當然可以觀看的有別於一般的課堂管理，而是側重於內容的安排和講解上，也就是重心是學科上的處理。

我的影片除了介紹給我認識的朋友之外，也對公眾開放。知識來自前人的智慧。過去知識透過書籍傳播，現在借助科技，還可以在互聯網上進行經驗和心得的分享。我也從中獲益，因此我歡迎在某時某處的你，雖然我們不認識，來到我的教室，分享我對 Enrichment Mathematics 的一點想法。

作為記錄，也為了讓方便尋找，我將影片按上載順序整理成目錄給大家參考。

最後我祝願大家努力學習，即使遇到困難，都不輕易放棄。這樣對問題的觀察力和直覺會累積加強，從而增加解難的能力和信心。你的努力不懈會慢慢讓你克服數學學習外在的困難，因而領略到數學的智慧，簡潔之美，以至學習內在的喜悅。Time to say goodbye, 再見！

Enrichment Mathematics – Ms Luk Classroom 目錄

1. Who is the survivor?
2. I am hungry
3. A cut on a cake
4. An archaeologist's question
5. A game with coins
6. 一題多解
7. Normal form of straight line
8. 一題多變
9. $AM \geq GM$ and Backward Induction
10. Minimum Distance and Reflection
11. Rotation and Fermat Point
12. 大邊對大角 大角對大邊
13. Concurrency and Special Points in Triangle
14. Mass Point – Basic Techniques
15. Mass Point – Centroid, Incentre and Orthocentre
16. Mass Point – Ceva and Menelaus Theorem
17. Mass Point – Further I
18. Mass Point – Further II

19. Elastic Line
20. A challenging problem of concyclic points on 5 circles
21. Fundamental Theorem of Calculus
22. Two Problems on Posting
23. Cryptography and Bitcoin
24. Magic Show
25. From Cards to Numbers
26. Water Jug Problem
27. 假幣問題
28. 數學謎語
29. 月亮問題
30. 海盜分金
31. 勾勒三角
32. Broken Calculator
33. 概率 – 來自學生的問題
34. 概率 – 意料之外和應用
35. Bisection Method and Newton Method
36. Matrices – Transformations in $\mathbb{R}^2$
37. Eigenvalues, Eigenvectors and their Geometric Interpretation
38. Barnsley Fern
39. Finale

參考文獻

陸美蓮。Enrichment Mathematics - Ms LUK Classroom YouTube Channel。
<https://www.youtube.com/@mlluk>

作者電郵：mlluk2003@gmail.com