

一款益智數學遊戲介紹

周令軒

香港華人基督教聯會真道書院

蔽校數學學會最近採購一款數學趣味遊戲，名為邏輯對決。學會幹事在午間時段設局，邀請會員參與。經過數次推廣，廣受同學歡迎。本文旨在簡單介紹此款遊戲和對數學遊戲的一些反思。



遊戲簡介

遊戲配件：

1. 數字板塊 × 20，分別為紅色 0-4，6-9 號牌，藍色 0-4，6-9 號牌和兩張綠色 5 號牌
2. 問題卡 × 21
3. 遊戲擋板 × 21
4. 小量文具紙張以便玩家作記錄

問題卡：

筆者將 21 張問題卡分為 6 大類：

- A. 數字類 —— 對手須講出某特定數字的位置
- B. 總和類 —— 對手須講出某些位置牌數字的總和
- C. 數量類 —— 對手須講出某特定條件牌子的數量

D. 位置類 —— 對手須講出某特定條件牌子的位置

E. 顏色類 —— 對手須講出某特定顏色牌子的資訊

F. 【共享信息】類 —— 共享信息，所有玩家包括自己都要提供相關資料

遊戲預備：

1. 遊戲可以 2–4 人玩，每人先取 5 張牌，把牌由左至右按小至大排列，放上遊戲擋板內，如果遇到數字相同，就將紅色放在左側。
2. 隨機抽 6 張問題卡，面朝上放在檯面上，讓所有玩家都可以看見。

遊戲目標：成功推理對手數字版塊的正確數字、位置和顏色。

遊戲開始：按照回合進行，每個回合玩家選擇一張檯面的問題牌，輪流問其他玩家。其他玩家須按照問題，如實回答。



學生評價

“It is a good way to train our logical thinking skills because, during the game, you will need to deduce the number cards of your opponents... During the game, I learned that rational organization and analysis is master to victory.”

“It is fun because some questions reveal a lot of information, some don't. Therefore, we need to pick the right cards in order to find out the numbers on the cards of the opponents.”

「我覺得遊戲好玩，因為要考慮所有人手上的牌，亦要邏輯思考。」

遊戲學習到的知識

學生玩邏輯對決中，應用到的數學能力相對較其他數學遊戲為廣泛，例如：速算、奇偶數、連續數、平均數、簡單不等式等等。同學在遊戲中後段，開始推敲對手數字牌，他要窮舉各種情況，並且透過選擇合適的問題卡，排除一些可能情況。學生在遊戲過程中不經意學習到非直接證明（indirect proof）。

模擬牌局

以下模擬一場 2 人對決的牌局，讓讀者更了解對賽實況。

第一回合：

玩家 1					玩 家	玩家 2				
藍 2	綠 5	紅 8	藍 8	藍 9	卡 牌	紅 2	紅 4	藍 4	藍 6	藍 7
x	x	x	x	x	推 敲	x	x	x	x	x
問題卡										
I. 數字 0 在哪個位置？ II. 數字 8 在哪個位置？／數字 9 在哪個位置？（選擇其中一個提問） III. 你有幾張紅色數字板塊？ IV. 數字 1 在哪個位置？／數字 2 在哪個位置？（選擇其中一個提問） V. 你顏色相同並且相鄰的數字板塊在哪幾個位置？ VI. 你有幾張偶數板塊？（包括數字 0）										

玩家 1：（採用問題卡 IV）「數字 2 在哪個位置？」

玩家 2：「左邊第一個。」

由於使用了問題卡 IV，因此補上新一張問題卡：

IV. 右邊三張數字板塊相加的總和是多少？

玩家 2：（採用問題卡 II）「數字 8 在哪個位置？」

玩家 1：「左邊數起第三和第四個。」

由於使用了問題卡 II，因此補上新一張問題卡：

II. 【共享信息】最大的數字板塊與最少的數字板塊相差多少？

評論：在第一回合，玩家 2 非常「好運」，剛巧玩家 1 有兩張 8 號和 1 張 9 號板塊，由於只有兩張 8 號板塊，因此可以推敲玩家 1 右邊三張牌，分別是最右邊為 9 號牌（未知道顏色），之後是藍色 8 號牌和紅色 8 號牌。

至於玩家 1，雖然他只知道左邊第一張牌是 2 號牌，但由於他自己手持藍色 2 號牌，因此肯定對手手上的是紅色 2 號牌。

第二回合：

玩家 1					玩 家	玩家 2				
藍 2	綠 5	紅 8	藍 8	藍 9	卡 牌	紅 2	紅 4	藍 4	藍 6	藍 7
x	x	紅 8	藍 8	9	推 敲	紅 2	x	x	x	x
問題卡										
I. 數字 0 在哪個位置？ II. 【共享信息】最大的數字板塊與最少的數字板塊相差多少？ III. 你有幾張紅色數字板塊？ IV. 右邊三張數字板塊相加的總和是多少？ V. 你顏色相同並且相鄰的數字板塊在哪幾個位置？ VI. 你有幾張偶數板塊？（包括數字 0）										

玩家 1：（採用問題卡 IV）「右邊三張數字板塊相加的總和是多少？」

玩家 2：「17。」

由於使用了問題卡 IV，因此補上新一張問題卡：

IV. 數字 6 在哪個位置？／數字 7 在哪個位置？（選擇其中一個提問）

玩家 2：（採用問題卡 IV）「數字 6 在哪個位置？」

玩家 1：「沒有數字 6。」

由於使用了問題卡 IV，因此補上新一張問題卡：

IV. 所有紅色數字板塊相加的總和是多少？

評論：這一回合可以說大家也沒有什麼重大收穫，玩家 1 知道對手右三的總和是 17，但有太多可能性，須在之後的回合選擇合適的問題卡排除一些可能性。玩家 2 的問題讓他知道對手沒有數字 6，似乎也不是得到對手太多資料，但他選這張問題牌，最起碼可以防止玩家 1 用這張問題牌，因為玩家 2 同時有牌子 6 和 7。

第三回合：

玩家 1					玩 家	玩家 2				
藍 2	綠 5	紅 8	藍 8	藍 9	卡 牌	紅 2	紅 4	藍 4	藍 6	藍 7
x	x	紅 8	藍 8	9	推 敲	紅 2	x	x	x	x
問題卡										
I. 數字 0 在哪個位置？ II. 【共享信息】最大的數字板塊與最少的數字板塊相差多少？ III. 你有幾張紅色數字板塊？ IV. 所有紅色數字板塊相加的總和是多少？ V. 你顏色相同並且相鄰的數字板塊在哪幾個位置？ VI. 你有幾張偶數板塊？（包括數字 0）										

玩家 1：（採用問題卡 VI）「你有幾張偶數板塊？（包括數字 0）」

玩家 2：「4 張。」

由於使用了問題卡 VI，因此補上新一張問題卡：

VI. 所有藍色數字板塊相加的總和是多少？

玩家 2：（採用問題卡 I）「數字 0 在哪個位置？」

玩家 1：「沒有 0 號數字牌。」

由於使用了問題卡 I，因此補上新一張問題卡：

I. 數字 3 在哪個位置？／數字 4 在哪個位置？（選擇其中一個提問）

評論：在這個合，玩家 1 得到以下資訊，由於他自己有藍色 2 和兩張 8 板塊，加上知道對手有紅色 2 板塊，因此玩家 2 的剩下 3 張偶數牌，要不是 4、4、6，就是 4、6、6。同時，在第二回合，玩家 1 得知玩家 2 最右三個數的總和是 17，從而可以推論以下 2 個可能性：

可能性一：4、4、6

則 $4 + 6 + x = 17$

$x = 7$

四張牌分別為：紅 4、藍 4、6、7。

可能性二：4、6、6

則 $x + 6 + 6 = 17$

$x = 5$

四張牌分別為：4、綠 5、紅 6、藍 6。

至於玩家 2，採用排除法，他可以知道玩家 1 最左邊兩張牌有以下可能性：

紅或藍 1、藍 2、紅或藍 3、綠 5、紅 7

第四回合：

玩家 1					玩 家	玩家 2				
藍 2	綠 5	紅 8	藍 8	藍 9	卡 牌	紅 2	紅 4	藍 4	藍 6	藍 7
x	x	紅 8	藍 8	9	推 敲	紅 2	紅 4	藍 4	6	7
					或	紅 2	4	綠 5	紅 6	藍 6
問題卡										
I. 數字 3 在哪個位置？／數字 4 在哪個位置？（選擇其中一個提問） II. 【共享信息】最大的數字板塊與最少的數字板塊相差多少？ III. 你有幾張紅色數字板塊？ IV. 所有紅色數字板塊相加的總和是多少？ V. 你顏色相同並且相鄰的數字板塊在哪幾個位置？ VI. 所有藍色數字板塊相加的總和是多少？										

玩家 1：（採用問題卡 I）「數字 4 在哪個位置？」

玩家 2：「左邊第二個和中間。」

由於使用了問題卡 I，因此補上新一張問題卡：

I. 你有幾張藍色數字板塊？

玩家 2：（採用問題卡 II）「【共享信息】最大的數字板塊與最少的數字板塊相差多少？」

玩家 1：「7。」

玩家 2：「5。」

由於使用了問題卡 II，因此補上新一張問題卡：

II. 數字 5 在哪個位置？

評論：玩家 1 透過這個回合的提問，已經排除第二個可能性，現在他只須推敲玩家 2 右邊兩張牌的顏色就勝出。玩家 2 使用【共享信息】是合理做法，因為玩家 1 無法從玩家 2 的答案，再得到更多額外資訊，由此，玩家 2 可以運用線性方程 $9 - x = 7$ ，得知 $x = 2$ 。並且，由於玩家 2 自己有紅 2，因此他能得知玩家 1 最左邊為藍 2 板塊。

第五回合：

玩家 1					玩 家	玩家 2				
藍 2	綠 5	紅 8	藍 8	藍 9	卡 牌	紅 2	紅 4	藍 4	藍 6	藍 7
藍 2	x	紅 8	藍 8	9	推 敲	紅 2	紅 4	藍 4	6	7
問題卡										
I. 數字 3 在哪個位置？／數字 4 在哪個位置？（選擇其中一個提問）										
II. 【共享信息】最大的數字板塊與最少的數字板塊相差多少？										
III. 你有幾張紅色數字板塊？										
IV. 所有紅色數字板塊相加的總和是多少？										
V. 你顏色相同並且相鄰的數字板塊在哪幾個位置？										
VI. 所有藍色數字板塊相加的總和是多少？										

玩家 1：（採用問題卡 V）「你顏色相同並且相鄰的數字板塊在哪幾個位置？」

玩家 2：「左邊的 2 個，右邊的 3 個。」

至此，玩家 1 已經獲得足夠的資訊知道對手所有牌，勝券在握！模擬牌局在此結束。

留個問題讓讀者思考，如果在此局，玩家 1 不用問題卡 V，他還可以選擇哪一張問題卡而又能保證推敲到玩家 2 的板塊呢？

致勝戰略

從上面的模擬牌局得知，選擇合適的問題卡是關鍵！

由於我們盡量想獲得更多對手卡牌信息，而避免自己卡牌的資訊讓對手知道，因此開局我盡量不採用【共享信息】的卡牌，直到使用【共享信息】的卡牌對手也無從從我手上獲得額外資訊。

我個人的策略會先使用數字類問題卡，了解對手某些數字的位置後，再採用總和類、數量類或者位置類的问题卡。這樣，就可以設定方程，並且可以使用排除法來推敲對手卡牌數字。在推敲的過程中，某些卡牌的顏色可能已經知道。在遊戲後段可以使用顏色類的问题卡，把剩下的對手卡牌顏色推敲出來。

有時候，如果檯面有問題卡對自己很不利，例如可以讓對手知道自己兩張或以上的牌，我會做「損人不利己」的手法，在對手之先使用有關問題卡。

由於卡牌組合各有不同，因此即使各玩家正確推敲，也不一定出現先手取勝。個人經驗來講，如果在二人對決下，通常第 5-6 回合就可以分勝負。三人或以上的對決尚未有結論。

歡迎有興趣研究的同儕分享你的致勝策略！

成功數學遊戲的要素

筆者就著過往經驗，嘗試總結幾點成功數學遊戲的要素。

1. 好玩！有挑戰性！
2. 規則不要太複雜。過分複雜削弱同學興趣。

3. 玩一局的時間不能過長，理想一局所需的時間為 20 分鐘以下。遊戲太長學生會失去專注。同時，在香港中學時間表安排下，小息和午飯時間有限。遊戲太長，上堂鐘化身劊子手，腰斬遊戲，很無癮。
4. 只需基礎數學能力。例如四則運算、正負數、排列規律、圖形基本特性等。以上能力中一、二學生皆能運用。讓不同級別的學生可以參與，但不會讓高年級學生佔優勢。
5. 涉及較廣泛的數學知識。不偏頗某一類數學能力（例如速算）。

總結

多年前初入職，有位前輩曾經教導我，「一個數學老師最重要的使命，是讓學生喜歡學習數學。」透過好的數學遊戲，可以有效讓學生輕鬆地學習數學，同時提升他們對數學興趣。希望這篇文章能夠達到拋磚引玉的效果，讓更多同儕分享趣味數學遊戲，造福學生。

作者電郵：chowlh@logosacademy.edu.hk