

如何令數學科變得更有意義？

試以「引導式再創造（Guided Reinvention）」解答

馬正源
路德會梁鉅鏐小學

一、引言

「數學科總是教一大堆派不上用場的東西，根本沒意義！」相信這是很多不打算在大學選修數理學科的學生的心聲。

但是，作為教育者，我們又有否想過數學科讓人認為除了為升學、進修以外就毫無意義，當中的真正原因到底是甚麼呢？是源於數學科本身就是沒有其他意義？還是因為現時不少數學課堂（下稱「傳統教學」）以機械式操練作主導、過度主張直接講解、忽視學生對概念的掌握，導致數學科失其意義呢？

筆者認為，數學科絕對是可以有其他意義的，而其意義能否呈現出來，關鍵是在於施教者如何教學。其中一個能令數學科變得更有意義的方法，就是借用「引導式再創造（Guided Reinvention）」，在部份課題中引導學生重新創造數學產物，如公式、定義等。

下文，筆者將首先簡介引導學生重新創造數學產物的一般教學流程，然後講解為何「引導式再創造」不但可加強學生對數學的掌握，更可呈現出其他意義。

二、「引導式再創造」的一般教學流程

一般學童具有好奇心及探索的精神，因此當教授數學產物時，教師不一定要把知識直接以講述的方式傳授給學生，而可以在充分考慮到學生思維的情況下，鋪設好解決問題的階梯、創設合適的條件、加以正確的引導，讓學生在觀察、思考的過程中重新創造產物。在一般情況下，老師可跟從下列的步驟引領學生將產物重新創造（Cheng & Kong, 2017）：

第一步，激起學生學習興趣及鞏固建立相關產物的前備知識，因為學習興趣會影響學生的投入程度，而前備知識不足則會令學生無法建構新知

識，從而影響學生學習成果。例如，在教授平行四邊形³面積計算前，老師應先提出與平行四邊形面積相關的生活題或難題，激起學生對計算平行四邊形面積的好奇心，以及重提學生如何計算長方形面積，確保學生具備足夠能力再創造平行四邊形面積公式。

第二步，提供適當的教材、學具、場景等，並提出助學生再創造數學產物的問題讓學生分析、探究。由於部份數學產物的再創造過程並不簡單，因此為免再創造的過程對學生過於困難，老師應將再創造的過程分拆成不同要點，根據每個要點輪流提出相應的問題。例如，在再創造平行四邊形面積公式時，學生可能面對多於一個困難，如誤會圖形重組前及重組後的面積可能有所改變、不知部份平行四邊形可重組成長方形等等，老師可嘗試使用電腦軟件等，作出適當的引導讓學生討論、探究解決以上每個要點，逐步為再創造出正式數學產物建立基礎。

第三步，因能力所限，學生可能在步驟二只能展示出鬆散成果，故此老師需引領學生將成果結合成教授課題的正式數學產物。再以再創造平行四邊形面積公式為例，既然學生知道部份平行四邊形可重組成長方形，而圖形重組不會影響其面積等等，老師便可以最後引領學生借長方形面積公式得出平行四邊形面積公式。

當然，以上的步驟只是大方向，惟篇幅所限，建議較詳細的落實方法可參考 Freudenthal (1991) 及 Cheng & Kong (2017)。而真正落實所需的教材、學具，以及教師提出的問題等等，都必須按照學生的能力而調整及決定，以幫助學生一步一步完成再創造。

三、「引導式再創造」如何加強學生對數學的掌握？

在分析「引導式再創造」可如何令數學科更有意義前，筆者希望先講解「引導式再創造」可如何加強學生對數學的掌握。原因是，在這個分數主導的社會，不管「引導式再創造」有怎樣多的好處也好，只要負面影響到學生的數學成績，再多好處也難以說服任何人落實，故必先說服大家「引導式再創造」在部份課題理論上是不會負面影響學生對數學的學習，反而能夠幫助學生對數學的掌握。

3 本文指的平行四邊形是指長方形、正方形、菱形以外的平行四邊形。

先談傳統教學的缺點，部份老師在傳統教學中為求省時，不少課堂以機械式操練作主導，直接頒佈課題相關的數學產物，然後開始以題目作例子講解數學產物的應用，而學生對背後的原理、意義並不理解，只會令相關定義、公式等淪為死記硬背的知識。但是，假如對數學產物沒有深入理解，學生便難以靈活運用相關數學產物，可能只能應付類似於曾操練的題目，而當遇到新數學題時，學生便容易在理解、解答數學問題上出現困難，甚或影響學生學習新的數學知識（Cheng & Kong, 2017；王錚，2009）。例如，假如學生不懂得乘法是代表「同一數的若干次連加」，不但可能令學生不懂得部份題目能以乘法解決，更可能令學生難以理解乘法分配律等等，最後在初中當需面對「 $2a + 3a$ 」此類型題目時，學生便可能無法理解為何答案會是「 $5a$ 」，令學生學習產生障礙。故此，傳統教學欠缺幫助學生更深入認識數學產物，更大機會影響著學生對數學的掌握。

而且，在傳統教學中，部份老師主張直接講述，不論老師有否深入講解數學產物、不論老師講解清晰與否，學生一般難以完全吸收老師的講解內容，只能記得老師講解的一部份，導致學生對數學產物的記憶不深刻，對學生學習的幫助有限（Cheng & Kong, 2017）。例如，據筆者曾教授小四學生長方形周界公式的經驗，雖筆者已直接講解長方形周界公式的原理，但不少學生經常忘記長方形周界是「 $(長 + 闊) \times 2$ 」，誤以為是「 $(長 + 闊) \times 4$ 」，由此可見，直接講述對學生來說印象並不夠深刻，從而影響學生記憶、理解、應用。所以，假如老師過度主張直接講解，會令學生難以吸收數學知識，從而影響學生對數學的掌握。

故此，為解決以上問題，數學課堂在部份課題可嘗試引入「引導式再創造」。第一，在再創造的過程中要求學生大量自行探究，而根據文獻（Marshak, 2001），學生如能親身經驗自行探究的過程，結果會比起單純聽課所記得的更多，可解決直接講述對學生印象不夠深刻的問題。而且，引導學生再創造數學產物，可再現產物產生的過程，亦即可讓學生知道有關產物為何需要出現，以及如何產生的；換言之，「引導式再創造」讓學生學會有關產物意義及背後原理，這樣可令學生印象更深刻、理解更深入，最後更能運用靈活（Freudenthal, 1991）。故此，「引導式再創造」比起傳統教更能幫助學生掌握數學。

四、「引導式再創造」如何令數學科變得更有意義？

一般人的確難以在日常生活中應用數學科中不少內容，簡單如三角形面積公式，試問又有多少人真的會在日常生活中應用到呢？因此，一個成功的數學課堂，並不只要教好學生數學，更要訓練學生的共通能力（如創造力、解決問題能力、批判性思考能力）及培養學生良好價值觀和態度，以面對未來的挑戰（課程發展議會，2001a），這才能令所有學生上數學課都能上得更有意義，令數學科對學生的幫助不限於進修、升學。筆者將於以下部份講解「引導式再創造」如何比起傳統教法更能幫助學生發展共通能力及培養學生良好價值觀和態度，令數學科變得更有意義。

1. 共通能力方面

現時，科技發達，要得到知識變得非常簡單，而且世界不停轉變，人所需的知識亦不停轉變，因此，單純傳授知識給學生已不足夠，老師更應該訓練學生各種不同的共通能力，如創造力、解決問題能力、批判性思考能力以應付未來的轉變（課程發展議會，2001a）。

但是，傳統的課堂中，為求省時、方便，老師大多直接講解數學產物，因此除回答老師問題外，學生之間鮮有交流，學生幾乎毋須說話，而且老師大多要求學生機械式操練，學生在過程中只需因應情況不斷重覆套用公式、定義等，對學生的思維要求不足，更遑論訓練學生的不同能力（鄧幹明，2002）。

而假如採用「引導式再創造」便有助於發展學生不同共通能力。例如，在引導學生再創造公式、定理的過程中，老師可先問學生可否把平行四邊形剪一刀後變成另一個曾學過的圖形（如長方形），必要時提供不同工具，讓學生思考，學生為求得出答案，必先想出不同的方向嘗試解答問題，此過程可訓練學生的創造力、解決問題能力；如學生被問及圖形重組前及重組後的面積會否有所改變時，為證明自己答案的可信性，學生需找出理由和證據，則可訓練學生的批判性思考能力；在再創造的過程中，更多機會讓學生以小組形式活動、交流意見，此過程不但可給予學生機會與人溝通和表達意見，亦給予學生更多機會與人合作，從而訓練學生的協作能力及溝通能力（林德成，2001）。

2. 價值觀及態度方面

除知識及共通能力外，培養學生良好價值觀及態度亦非常重要。學生如能培養良好價值觀與態度，除了可幫助面對新問題時可助他們作出明智的抉擇，更可進一步影響社會的文化及運作，對社會亦有幫助（課程發展議會，2001b）。

可是，傳統課堂過度主張直接講解、過份操練，不但難以培養學生良好價值觀與態度，甚或可能會有反效果。例如，不少學生聆聽講述時經常不發問、不思考，容易養成被動學習的態度，以及容易養成盲從權威、不求甚解的態度。又如，傳統教學過度主張操練，學生容易感到累贅和枯燥，令學生不但更有可能厭惡或逃避操練，甚或將操練時產生的負面情感與學習聯結在一起，最後有機會令學生厭惡甚或逃避學習本身，養成負面的學習態度（陳健生，2001）。

而引導學生在數學課重新創造數學產物，則更有機會培養學生部份良好價值觀及態度。例如，老師為引導學生再創造數學產物而提出問題後，學生需提出證據證明自己的說法正確，並不能靠感覺回答，更有機會可培養出學生理性的態度；其次，「引導式再創造」包含探究的元素，而在探究過程中，學生需主動尋找答案而非被動地接收答案，久而久之學生便更有機會因「習慣化」而養成主動的態度，更傾向自主思考、自主學習；「引導式再創造」可加強學生對數學產物的記憶，故此可減少部份操練，降低學生因過度操練而產生厭惡感的可能性，而且在探究過程中，學生如成功解決問題，便可能因此而產生興趣及成功感，從而提升學生對學習的內在動機，最後更有機會改善學生的學習態度（林德成，2001）。

當然，「引導式再創造」的好處在理論上比以上提及的更多，惟篇幅所限，未能盡錄。

五、結語

雖然「引導式再創造」有多種好處，但實行存在不少難處，如：由於教師需為學生鋪設重新創造數學知識的階梯，因此要求老師對教學內容、學生能力的掌握更全面透徹；由於引導學生再創造的過程中需讓學生有足夠時間探究、討論不同問題，而且教師需更多事前準備幫助學生思考，因此事前工作及課堂時間比起直接頒佈公式所需的更多；如學生在以前已被

扼殺其好奇心、學習興趣等，希望學生能作探究可說是非常困難等等。

總結而言，除為升學、進修外，數學科可有其教育意義，但其意義能否呈現則取決於如何教學。可能，一些人仍然質疑：為何數學科需培養學生甚麼共通能力、甚麼態度呢？可是，反問一句：教育不應該就是這樣嗎？

六、參考文獻

Cheng, K. H. F., & Kong, S. C. (2017). An approach to facilitate coherent concept image formation via guided reinvention. In S. C. Kong, T. L. Wong, M. Yang, C. F. Chow, & K. H. Tse (Eds.), *Emerging Practices in Scholarship of Learning and Teaching in a Digital Era* (pp. 233-244). Singapore: Springer.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting Mathematics Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. (劉意竹、楊剛等譯 (1999)。《數學教育再探》。上海：上海教育出版社。)

Marshak, D. (2001). *Improving Teaching in the High School Block Period*. New York: Rowman & Littlefield Education.

王錚 (2009)。「再創造」教學法在數學概念教學中的研究。於 2016 年 04 月 12 日檢自 <http://cdmd.cnki.com.cn/Article/CDMD-10285-2010057303.htm>

林德成 (2001)。探究教學法。載霍秉坤 (編)《教學方法與設計》(頁 107 – 116)。香港：香港教育學院 (香港教育大學)。

陳健生 (2001)。講述教學法。載霍秉坤 (編)《教學方法與設計》(頁 21 – 30)。香港：香港教育學院 (香港教育大學)。

鄧幹明 (2002)。探討數學教育上的另類思維。載吳丹 (編) (2007)《小學數學教育文集：理論與教學經歷的凝聚》(頁 101 – 109)。香港：香港數學教育學會。

課程發展議會 (2001a)。學校課程 – 學生應該學些甚麼。載《學會學習 – 課程發展路向》，於 2017 年 04 月 20 日檢自

http://cd1.edb.hkedcity.net/cd/TC/Content_2908/c3/chapter_3_17to27.pdf

課程發展議會 (2001b)。學校課程中的共通元素：價值觀和態度。載《學會學習 – 課程發展路向》，於 2017 年 04 月 20 日檢自

http://cd1.edb.hkedcity.net/cd/TC/Content_2908/cappendix/app2.pdf

作者電郵：s11062572@gmail.com