

舊酒新瓶：初中三角學教學構想

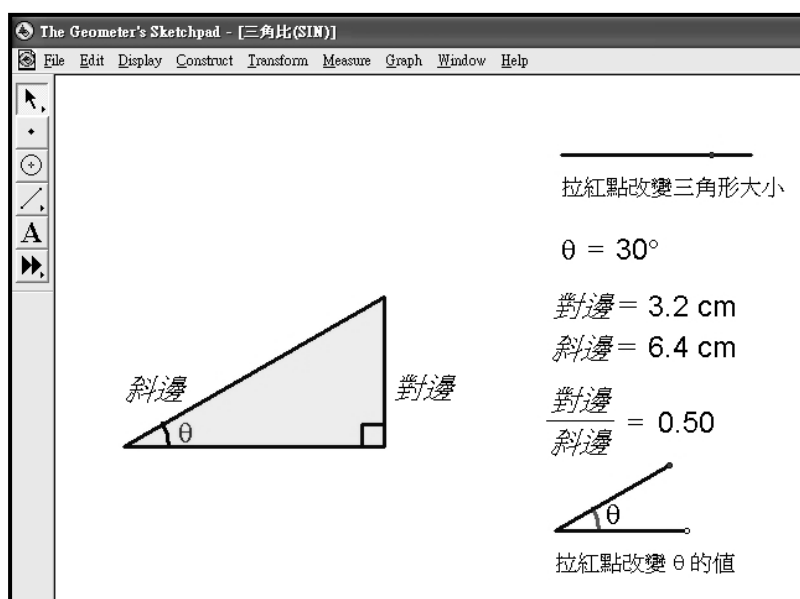
戚文鋒、黃榮貴、楊健文
中華基督教會譚李麗芬紀念中學

三角學在初中以至高中的數學課程可以說是舉足輕重，與全等與相似、畢氏定理等課題又有連結。若處理不當，學生只會依樣畫葫蘆按計算機作機械式的計算，尤有甚者，以為 \sin 、 \cos 、 \tan 是變量， $\sin \theta$ 等於 \sin 乘以 θ ！

以正弦為例，一般教科書開首就為正弦作嚴謹的定義（不論是否運用單位圓），而沒有照顧學生的學習心理。 $y = \sin x$ 不像 $y = x^2$ ，能運用代數方法直接定義，而要運用幾何圖形來定義，對學生來說是很新鮮而又奇怪的。

以下的教學設計旨在使正弦的引入變得順暢一些：

1. 派發工作紙，上面印有幾個不同大小的 30° 直角三角形。要求學生利用直尺量度對邊及斜邊的長度。學生應不難發現「斜邊是對邊的兩倍」這規律。教師可引導學生歸納出：角度為 30° 的直角三角形，不論其大小，對邊與斜邊之比值恆為 0.5。
2. 教師可追問學生為何會有這樣的規律，以連結相似三角形的課題。

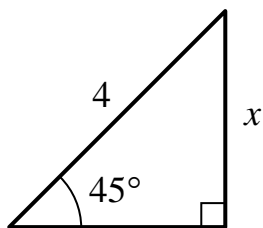


3. 教師可利用 Sketchpad 等軟件展示相同的結果（見圖一）：改變直角三角形的大小不能改變對邊與斜邊之比值。順理成章地，怎樣才能改變比值？學生應不難說出改變 θ 的值就行了。教師就利用軟件示範改變 θ 的值。
4. 接著就可一邊改變 θ 的值，一邊著學生將對邊與斜邊之比值寫下來（見圖二）。教師可與學生討論這個比值遞增、介乎 0 與 1 之間、與 θ 不成比例等特性。

θ	$\frac{\text{對邊}}{\text{斜邊}}$
5°	0.09
10°	0.18
15°	0.26
20°	0.34
25°	0.43
30°	0.50
35°	0.58
40°	0.64
45°	0.70
50°	0.77

圖 二

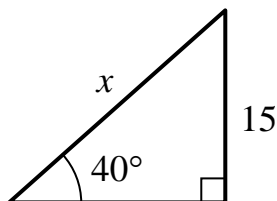
5. 然後學生就可利用上表解直角三角形（見圖三）。
6. 經過一輪「查表」的操練，學生就自然問：「考試時沒有這個表怎麼辦？」教師就可追問學生：「是否考試時有這個表就能解決所有問題？」，與學生討論一番。
7. 既然「查表」有缺憾，借助計算機的幫助就變得合理。此時才引入「 $\sin \theta = \frac{\text{對邊}}{\text{斜邊}}$ 」的記號。 \sin 就可被看成是對 θ 的一種「操作」，甚或計算機的一個按鈕而已（起碼不是一個數字）。教師可利用計算機驗證前面使用過的表，然後才重複解直角三角形的練習。



$$\frac{x}{4} = 0.70$$

$$x = 0.70 \times 4$$

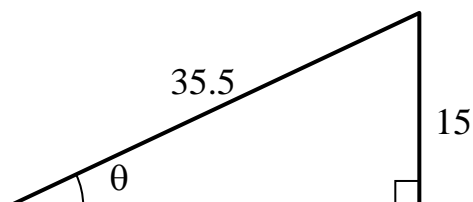
$$x = 2.8$$



$$\frac{15}{x} = 0.64$$

$$15 \div 0.64 = x$$

$$x = 23.44$$



$$\frac{15}{35.5} = 0.42$$

$$\theta = 25^\circ$$

圖 三

8. 至於餘弦及正切，可一併作相類的引入。學生就可利用「三合一」的數表解直角三角形。教師可順道比較三個比值隨 θ 的變化。最後才完整引入 $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$ 和 $\tan \theta$ 記號。

上述設計的目的是延遲 \sin 、 \cos 和 \tan 記號的引入，讓學生經歷由粗疏到精密的學習歷程，使正弦的引入變得「合理」些。筆者曾挑選一些中二學生就正弦部份作過試驗，效果不俗。

參考資料

1. 黃毅英 (2003)。其實「三角學」一課所講的是甚麼？。《香港數理教育學會會刊》Volume 21 Number 2。香港：香港數理教育學會。21 – 28 頁。
2. 馮振業 (2003)。香港數學教育佔了優勢還是劣勢？由一道三角比習題談起。《數學教育》第十六期。香港：香港數學教育學會。40 – 47 頁。
3. 湯敏玲 (1992)。對數學策劃之我見。《DATUM》，32。9 – 15 頁。
4. 洪進華 (2002)。新查表派。《數學教學實例研究》。香港：萬里機構·明天出版社。118 – 123 頁。

作者電郵：tll-mail@tllf.edu.hk