

## 數學教育與哲學--隨筆兩則

鄭毓信

南京大學哲學系

在先前的一部著作(《數學教育哲學》，四川教育出版社，1995年)中，筆者曾對數學教育哲學這一論題作了較為系統的論述，在此則願意從更為廣泛的角度對數學教育理論研究中的兩個基本問題作一分析。

就數學學習心理學的現代研究而言，國際數學教育心理學團體PME發揮了十分重要的作用，特別是，這一組織並就如何從事數學學習心理學的研究提出了明確的主張，即我們不應從普遍的、中性的學習理論出發去提出數學學習理論，而應集中注意特定內容的學習過程。

顯然，就糾正傳統的數學心理學研究所表現出的簡單化、理論脫離實際等傾向而言，上述主張是很有道理的，特別是，我們應當明確反對把數學學習心理學簡單地等同於“一般(學習)心理學 + 數學的例子”，也即只是在一般學習心理學的理論框架中簡單地嵌入若干數學的實例。與此相反，數學學習心理學如有其獨立存在的必要，我們即就應當特別重視對於數學學習活動(相對於一般學習活動而言)的特殊性的分析。

但是，作為問題的另一方面，筆者認為，我們在此又應注意防止另一種可能的錯誤傾向，即是完全切斷了數學學習心理學與一般心理學之間的聯繫，並在數學學習心理學的研究中傾向於素樸的經驗主義立場，即如突出強調對於學習現象的實證性研究等。

然而，這正是科學哲學現代研究的一個主要結論，即是表明了素樸的經驗主義立場的不可能性，因為，任何觀察都必然滲透有理論，或者說，人們總是通過有色眼鏡來觀察世界的。更為一般地說，這也就是指，任何認知活動總要借助於一定的認知結構，任何科學研究也總依賴於一定的理論框架。

顯然，從這樣的角度去進行分析，我們也就可以看出，數學學習心理學的研究並不能完全脫離普遍的學習理論，勿寧說，就數學學習心理學的深入發展而言，一個關鍵的問題就在於我們應當很好地去處理一般與特殊的關係，也即應當自覺地以一般學習心理學的理论為指導去對數學學習活動的特殊性作出深入的研究。

事實上，這也就是數學學習心理學現代發展的一個基本事實，即正是一般心理學的現代發展為數學學習心理學的現代研究提供了必要的理論背景，特別是，由於認知心理學對於行為主義的取代正是心理學現代發展的一個主要特徵，因此，這也就對數學學習心理學的現代研究產生了十分重要的影響。例如，由以下的一系列著作我們就可清楚地看出這種影響：Davis, R. (1984). *Learning Mathematics: The Cognitive Science Approach to Mathematics Education*; Schoenfeld, A. (Ed. 1987). *Cognitive Science and Mathematics Education*; Nesher, P. & Kilpatrick, J. (Ed.s 1990). *Mathematics and Cognition, ICMI Study Series*. 另外，更為一般地說，筆者認為，這事實上又可被看成學習心理學現代發展的一個重要特點，即人們已不再滿足於對於學習活動的實證性研究，而是力圖從認識論的高度對學習活動(及教學活動)的本質作出進一步的分析，並以此來指導學習心理學的具體研究和實際的教學工作。例如，在筆者看來，這就是近年來建構主義何以獲得普遍重視的一個重要原因(可參見下一節的分析)。顯然，這也就更清楚地表明了理論對於實際活動的指導意義。

最後，應當再次強調的是，在充分肯定一般性學習理論與數學學習心理學研究的密切聯繫的同時，我們又應以數學學習活動特殊性作為數學學習心理學研究的重點。也正是在這樣的意義上，筆者以為，我們就應充分肯定近年來關於“數學解題”和“高層次數學思維”(advanced mathematical thinking)的研究。事實是，解題活動(更為準確地說，即是如何去求解那些並非單純練習題式的問題)不僅可以被看成數學研究活動的一個基本形式，而且也在數學學習活動中佔據十分重要的地位，從而，關於數學解題活動的深入研究就應被看成數學學習心理學的一個重要內容。另外，與所謂的“初等數學思維”相對照，“高層次數學思維”的主要特徵就在於對於形式定義和邏輯演繹的強調，從而，以“高層次數學思維”作為主要研究對象，就標誌著數學學習心理學的研究已經開始深入到了

真正的數學活動之中，從而也才可能對數學思維的特殊性作出切實的分析。

值得指出的是，上述的研究不僅應當被看成數學學習心理學深入發展的重要標誌，而且也必將促進一般學習心理學的研究。從而，這就從又一側面更爲清楚地表明了在特殊和一般之間所存在的密切相關、互相促進的辯證關係。

## 二

就數學教育的現代研究而言，“建構主義”無疑是一個最爲熱門的話題，因爲，從教學的角度看，建構主義即是提供了關於學習活動本質的一種新觀點，即這並非是對於教師所授予的知識的被動接受，而是一個以學生已有的經驗、知識和觀念爲基礎的主動的建構過程。

當然，就現實的情況而言，建構主義又不應被看成是一種高度統一的觀點，因爲，在“建構主義”這一共同旗幟下事實上包括有各種不同的觀點；特別是，其中所謂的“極端的(或者說，強的)建構主義”即就因爲其觀點之“新穎”而引起了人們的普遍關注。

事實上，在筆者看來，極端的建構主義的主要特徵即就是對於上述基本論點的極端化，也即是由學習活動(更爲一般地說，就是認知活動)的主動建構性而引出了如下的進一步斷言：

- 第一，學習是學習者的主動建構，從而就完全是一種個人的行爲；
- 第二，知識是主觀思維活動的產物，從而就不具有任何客觀性(進而，我們甚至應當否定客觀世界的存在性，或者說，客觀世界的存在只是通過個體的感知才是有意義的)；
- 第三，由於認識活動的個體特殊性：每個人的認知活動都具有自己特殊的認識方式(idiosyncratic way)，因此，學習活動就沒有任何規律可言，或者說，是完全不可預期的和非決定性的。

顯然，上述的立場不僅是對於傳統教學思想的徹底革命，而且在很大程度上也是對於教學工作積極意義的直接否定，因爲，從所

說的立場出發去進行分析，任何規範性的教學活動(包括目標的設定和對學習過程的控制)如果不說是不可能的，也必然是有害的。

這種徹底否定的立場當然是不能為人們所接受的；但是，筆者以為，除去“不現實”、“過激”等素樸的理由外，在此更需要的則是深入的理論分析，因為，只有這樣，我們才能更為清楚地看到這種論點的錯誤性，從而也才能夠更為自覺地抵制這種極端的觀點。

具體地說，筆者認為，我們在此所需要的同樣是辯證的分析，也即我們應當清楚地認識在認識活動的個體性與社會性、知識的客觀性與主觀性、個體的特殊性與普遍性之間所存在的辯證關係。

例如，在明確承認知識是個體主動的結構活動的產物的同時，我們又應看到這種建構活動並非是個人的孤立行為，而是在一定的社會環境中進行的，從而就是一種社會的建構；進而，又正是所說的建構活動的社會性決定了知識由“主觀的思維建構”向“客觀知識”的轉化，這也就是所謂的“外化”或“客體化”。

一般地說，以上事實上就是所謂的“社會建構主義”的核心觀念。顯然，對於認知活動的社會性質的確認也就從一個角度清楚地表明了教學工作的積極作用：即是為學生的學習活動提供一個理想的外部環境。

再者，我們在此並應清楚看到存在於特殊性與普遍性之間的辯證關係：儘管每個人的學習活動都有其各自的特殊性，然而，從總體上說，在各個個體之間又必然具有一定的共同性，後者即就是所謂的教學規律。從而，學習活動就不能被看成是完全不可預期的和沒有規律的。

當然，應當強調的是，以上的討論也不是要完全否認建構主義觀點對於教學活動的重要涵義，與此相反，我們應當對此作出更為深入的、科學的分析。(對此例如可參見 Law, L.C. & Wong, K.M. (in press). Implications and problems of constructivism for instructional design, *Educational Journal*.)然而，就本文的主題而言，筆者則是希望能夠清楚地指明這樣一點：數學教育並不是與哲學完全無關的，恰恰相反，我們在此所需要的即是從哲學的高度對有關的問題作出

自覺的反思，從而避免成爲某種“壞的哲學”的不自覺俘虜。考慮到“極端的建構主義”事實上並不能被看成一種全新的哲學主張，而在很大程度上只是某些“陳舊的哲學觀念”的現代翻版（例如，數學哲學中的直覺主義者就曾突出地強調了數學知識[思想]的純主觀性：“我的數學屬於我個人的智力生活，並僅限於我個人的思想...” Heyting, A. (1956). *Intuitionism: An introduction*；另外，對於物質世界客觀性的否定則更是形形色色的主觀唯心主義的一個共同特徵），以上的斷言顯然並非誇張之談。

編者按：鄭教授深入淺出的闡述顯示了過往教育研究一個趨勢：如「數學、教育、數學教育」（蓮華(1993)·《教無止境》頁127-128。香港：廣角鏡出版社）一文指出，在某個時期，教育研究強調學理的跨科目性，例如：教育心理學是心理學在教育中的投射，教育行政則是行政管理學於學校組織的特例，數學學習亦是學習心理學之一種。本文正回應著這種想法的改變。

