

建構主義 vs. 柏拉圖主義： 親愛的老師你站在哪裡？

洪萬生
台灣師範大學數學系

大約四年前吧，筆者在拜會台灣北部某縣市某國民小學時，校長十分興奮地向我提起「建構主義」與教育改革的相關問題。現在回想起來，她應該認為我並不理解這一套主張及其相關教改議題。不過，事實剛好相反，我不僅略知一二，而且與它可以掛鉤的數學史或數學哲學之某些面向，更是我經常與研究生分享的常識。由於那一個場合特殊，我也不便多說，只好笑笑著打發過去。

誠然，「建構主義」(constructivism) 或「建構論」(constructionism) 在 1990 年代，隨著文化研究「解構」的全球風潮，幾乎席捲了台灣的每一個學術領域。於是，「文化建構」也好，「社會建構」也好，都成了非常時髦的符碼，是學術界、文化界乃至於社運界很多人琅琅上口的修辭之一。儘管如此，它尊重每一個個體(individual)的自主建構知識，而逼迫吾人不得不變得多元與包容，的確是世紀末的一個重要思潮。如將「建構主義」應用在教育上，則引出了「學習者主體性」的主張，意即教育的過程應將學習者視為「主體」，而不是讓他(她)等著被放空，再被重新裝填的「客體」(或被動的「接受器」)。與此相呼應的認知心理學家如鼎鼎大名的皮亞傑(Jean Piaget)，則主張學童的認知有層次之別，因此，數學教材的安排順序，應該充分照顧學童的認知發展過程，不能完全以數學知識的邏輯順序為本。

既然如此，教師的角色也就跟著非變不可。在「建構主義」的主張中，教師變成了教學環境的經營者。也就是說，既然學習者才是教育過程的主體，那麼，知識所以獲得是學生彼此之間協商討論的結果，教師不可以隨便介入，因此，對於學生這一堂課的討論結果，她(他)們必須尊重與包容。換句話說，教師必須將自己「重新」定位為「啦啦隊長」(cheer leader)！

然而，在華人社會文化中，教師(尤其是數學教師)一向是客觀知識的權威傳遞者(類似傳統所謂的「經師」)，因此，教法的好壞，完全取決

於她（他）們是否成功地傳遞了這些知識。這種獲得知識、乃至於（可以客觀地）傳遞知識的進路，比較像先前風行過的「行為主義」（behaviorism）。一旦學習者無法理解內容，那麼，應付考試評量的方式，就是反覆地、機械式地練習。

而這正是建構主義的切入點之一。如果知識都應該是個體建構而來，那麼，我們當然不必要求學生背誦「九九乘法表」！可是如此一來，有一些學童在乘法運算的「表現」上，當然就表現得讓很多成年人覺得笨手笨腳了。這種容易「外顯」（施測）的成績表現，好像不如過去的學生，尤其是對照已經成為家長的過來人之經驗，則更是如此。其實，建構主義所需要的社會條件，譬如多元與包容、乃至於教師心態的調整等等，台灣華人已大致具備。不過，這些都還不足以保證我們已經擁有一個體貼細緻、從容有度的學習環境，讓絕大部分的教育者（包括家長）與受教者，可以尊重或欣賞任何一種教學法。所以，一個簡單的「九九乘法表」會惹來那麼大的爭議，我們也就不必感到意外了。

隱藏在建構式數學教學的背後，有一些比較容易忽略的根本問題，那就是：數學知識的本質（nature of mathematical knowledge）。它客觀存在嗎？吾人又將如何獲得呢？這一些問題如不澄清，那麼，「贊成」或「反對」建構主義的雙方，恐怕都在污名化「建構主義」的本義。有關上述第一個問題，建構主義者不是認為不存在就是擱置不談，這是因為不如此，任何個體就無法徹底解放而「自主」（autonomously）建構知識。然而，也正因為如此，所以，建構主義者很難「辯護」（defend）數學知識的客觀性，他們強調訴諸學生彼此之間的協商而達成共識（consensus），不過，這卻是教室中最難操作的教學活動。

對比之下，所謂的「柏拉圖主義」（Platonism）或「柏拉圖式的實在論」（Platonic realism），則認為數學概念是一種存在於理想世界（ideal world）的理念（idea）或形式（form）。譬如，三角形就是一個形式，它缺乏現實世界（physical world）中可知覺的「指涉物」或「參考物」（referent）的，因此，一塊三角形餅乾並不是「三角形」所指涉的物質（matter），從而常吃餅乾，根本無助於三角形概念的瞭解。換句話說，對柏拉圖主義者來說，數學知識當然存在，只是不存在於我們所生活中的現實世界罷了。一般而言，埋首做研究的數學家大概都不反對柏拉圖主義，不過，當她（他）們假日休息時，如果被左鄰右舍問起學術專業時，最好聲稱自己是「形式主義者」（Formalist）。這是因為形式主義者認為數學是一種沒有意義的符號

遊戲，所以，要是不想跟左鄰右舍瞎扯，強調數學沒有「意義」，或許就很容易可以結束對話了。

上述這一個有點戲謔的比喻，其實也點出了即使是數學家本身對於數學知識本質，也同樣莫衷一是。如此一來，數學家如何生產數學知識的過程或經驗，當然十分重要。這也可以解釋一個學界現象，那就是：近年來，數學教育家與數學哲學家何以積極地「貼近」數學家的心靈！儘管如此，柏拉圖在他的《米諾》(Meno)對話中假設「心靈」(mind)或「靈魂」(soul)生而有知，從而認定「學習」是一個「重新收集(re-collect)前世回憶(memory)的過程」。這些形上學的假設及其延伸的學習策略，是自許為柏拉圖主義者所不能迴避的問題。誠然，如果諸靈魂在前世的經驗類似，那麼，今生在一起學習時，知識的「客觀性」(objectivity)自然可以得到保障。問題是：吾人的靈魂又將如何「重新收集前世回憶」呢？有沒有合適的教育過程，可以達到這個目的呢？答案是：沒有！這是因為如何提升我們的心靈，以便掌握被認為存在於理想世界的抽象數學概念，根本沒有簡易可取的法門。事實上，這正是柏拉圖主義的單門，也是《米諾》對話錄留給我們的千古缺憾！或許正因為如此，心理學家喬姆斯基(N. Chomsky)針對數學知識的學習時，才感嘆說：當我們想說明何以吾人知道這麼多數學知識時，卻苦於擁有的證據是如此的少。

喬姆斯基的這個觀察，當然也適用於解釋數學家如何訓練她(他)們的接班人。在這個脈絡中，一百多年來數學家大都按照邏輯組織之精簡形式，來進行數學知識的教學活動。奇特地，這一套以教師講授為主的教學方法，好像相當有效而且未曾遭遇巨大的挑戰。如將這一套教學法搬到中學來使用，大概就是我們所熟悉的傳統教學法。正如前述，由於它無暇顧及學生的認知程序，所以，造成多數的學生無法理解，而被迫以機械式演練進行死背，而這也正是建構式教學崛起的主要背景之一。

這麼說來，我們大家有沒有可能在教學法上「折衷」呢？這個建議並非出自強作調人的想法，而是我們始終相信無論是從事研究、教學或進行學習，絕對沒有「唯一的」方法(the method)，這是科學哲學(philosophy of science)的常識，不待我們在此贅言。因此，我們大膽地建議大家在教學法上，儘可視當下情境，選擇最合適的教學方法。正如本文所述，建構式教學法由於可以忽視數學知識是否「先驗地」(a priori)存在，所以，我們將它歸為左邊的一派，至於基於柏拉圖主義的教學法，我們則將它擺在右邊的一派。在任何一個教學情境中，這兩個極端之間的任何一個位置都

可以選擇，它也許無以名之，但求有利於學生學習成效即可。

總之，或許我們可以利用下列式子，來說明你（妳）的數學觀及其教學法所立足的地方： $T = \lambda C + \mu P$ ，其中 $0 \leq \lambda, \mu < 1, \lambda + \mu = 1$ ，其中 T 、 C 、 P 分別代表教師、建構主義與柏拉圖主義。剩下來的問題，大概就是你打算利用多少建構法、多少傳統教學法以及多少其他的教學法了。當然，教學活動究竟怎麼進行，就完全看大家的慧心與用心了。至於，親愛的教師妳（你）要不要宣稱哪一派的立場，也就完全悉聽尊便了。

參考文獻

- 洪萬生 (1999) 〈HPM 隨筆 (三)：數學哲學與數學史〉，《HPM 通訊》2(6): 1 – 5.
- 陳昭蓉譯 (1999) 〈柏拉圖《米諾》中的數學哲學對話 (上)〉，《HPM 通訊》2(12): 11 – 14.
- 陳昭蓉譯 (2000) 〈柏拉圖《米諾》中的數學哲學對話 (下)〉，《HPM 通訊》3(1): 4 – 6.
- 蘇意雯 (1999) 〈數學哲學：柏拉圖 vs. 亞里斯多德〉，《HPM 通訊》2(1): 4 – 6.
- Davis, Philip J., Reuben Hersh (1981). *The Mathematical Experience*. Boston: Birkhauser.
- Hersh, Reuben (1997). *What Is Mathematics, Really?* New York / Oxford: Oxford University Press.
- Sfard, Anna (1998). “A Mathematician’s View of Research in Mathematics Education: An Interview with Shimshon A. Amitsur”, in Sierpinska, Anna and Jeremy Kilpatrick eds., *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity: An ICMI Study Book II* (Dordrecht / Boston / London: Kluwer Academic Publishers), pp. 445 – 458.
- Sfard, Anna (1998). “The Many Faces of Mathematics: Do Mathematicians and Researchers in Mathematics Education Speak about the Same Thing?”, in Sierpinska, Anna and Jeremy Kilpatrick eds., *Mathematics Education as a Research Domain: A Search for Identity: An ICMI Study Book II* (Dordrecht / Boston / London: Kluwer Academic Publishers), pp. 491 – 512.
- Tymoczko, Thomas ed., *New Directions in the Philosophy of Mathematics*. Boston / Basel / Stuttgart: Birkhauser.
- Winslow, Carl (2000). “Between Platonism and Constructivism: Is There a Mathematics Acquisition Device?”, *For the Learning of Mathematics* 20 (3): 12 – 22.

附記

本文初稿曾提供「數學教育對話」研討會（2003年2月17日，台北）與會者參考。