

數學之用

蕭文強
香港大學數學系

去年年底有一位多年前的數學系畢業生送來一疊文稿，是一本適合中學生以至一般大眾閱讀的密碼學普及讀物。當年我曾經是這位充滿教學熱誠的數學教師的大一導師，與她見面談天的機會較多，也給她上過幾門課，當時已經看得出來她是一位十分認真的學生。後來看見她畢業後對教學的投入，在在均印證了當年她給予我的印象。她請我給她的書寫一個前言，我沒有遲疑便一口答應了。由此引發的一些偶感，也許對現今修讀數學的同學也是合適的話題，便寫下來讓大家看看。

那位教師在書的開首即提及學生問她數學有何用？相信每位數學教師都碰過學生這樣的提問。二十年前我在一篇文章（「數學、數學史、數學教師」，《抖擻》，第53期，1983年7月，67-72頁）說過：「數學的『學識』可作縱橫看，縱方面就是追溯數學概念和理論的來龍去脈，橫方面就是探討數學的本質和意義。」看來，爲了更好欣賞數學境界的姿采風貌，我們應該加上第三維——廣方面就是了解數學的應用和它與日常生活之關連。

固然，數學的價值並非單憑它在日常生活中的應用去確立，但對大眾而言，這是較重要也是較具說服力的一面。但同時這一面也帶來相應的困惑，就是一門學科之用，是否用得其所？英國數學家哈代（Godfrey Harold Hardy）逝世前幾年（1940）寫了一本小書，題爲《一位數學家的自白》（*A Mathematician's Apology*），字裏行間一方面流露出一股「英雄遲暮」的蒼涼感，另一方面很爲自己選了很「純」的數論研究而欣慰。引用書中話，「至今爲止沒有人找到數論或者相對論於戰爭的用途，看來在很多年後也不會有人找到這樣的用途……因此一位真正的數學家（意指研究純數的人）可以清心直說，他的任何工作絕無不宜成份。正如我以前在牛津大學的時候說過，數學是一門無害且清白的行業。」大家倒不要斷章取義草率地得出結論，認爲哈代以數學「無用」（useless）而自豪，甚至視數學的任何應用是玷污了數學的清白。要真正了解哈代的意思，你應該找原書看一

看，尤其應該細讀第 21 及 22 節。再者，我們也得明白哈代寫作該書的時代背景，當時歐洲戰火剛燃，慘痛的第二次世界大戰開始了不久。（際此戰雲密佈的時局，哈代的話令人不無感觸。）要是哈代多活三十年，他便知道數論亦非如此「無害且清白」，因為密碼學用上了看似最無用的數論知識！如同別的科學家一般，數學家也無法置身事外，因為如同別的科學成果一般，數學成果既可造福人群，也可帶來禍害。

二十世紀後半期代數及數論於糾錯編碼及密碼的應用說明了「純數」及「應數」之間並沒有一道深不可逾的鴻溝。時至今天，數學在金融、經濟以至生物科學的應用日趨普遍，更好說明這一點。雖然我們毋需認為數學必須有應用方能肯定它的存在價值，但我們亦毋需冷落數學的應用。反之，理論與應用的相互推動，正好顯示了數學這門學科的活力，自古如是，將來也如是。

後記：

無獨有偶，過去幾個月內收到同一屆三位畢業生的消息。除了上面提到那位中學教師外，另一位任職於郵政署的畢業生，因為工作上碰到問題來信問及檢驗位（check digit）的數學原理。正好我知道還有另一位同屆的畢業生（也是中學教師）年前寫了一則解釋身份證號碼的普及文章，便乘著覆信之便把他們三位同學拉在一起，好讓他們互相切磋一番。很湊巧，當年我教一門「離散數學」，他們三人都在同一個班上。課的內容包括了編碼的數學，有一回為了展示格雷碼（Gray code）的原理我做了一個土製「三子連還」在課堂上把玩，三人當中有一位多年後仍然記得這個玩意，2000 年在日本舉行的國際數學教育大會上他講述如何利用「九子連環」進行課外活動，並且當場派發這個玩意，討論如何解答，大受歡迎！還記得我在 1981 年開設「離散數學」這門課，主要原因其實是自己想學習圖論和糾錯編碼。要學習一門學問，最有效的方法是教它一遍，迫使自己把它弄通。我教了幾年「離散數學」後便轉去教別的課，再過一些時候，該門「離散數學」也演變成兩門課，即是如今一年級的「離散數學」和高年級的「應用離散數學選講」。在 1994 年我重拾一年級「離散數學」的教學，十多年已經過去了，八十年代初修讀「離散數學」的學生都已成長，在各個不同的工作崗位上作出貢獻，有些當了教師的，他們的學生又在我的另一個「離散數學」班上出現呢。一位教師的最大工作喜悅，來自見到一代接著一代的學生茁壯成長。