數學堂的美點 --- 數學史

李偉強

德貞女子中學

“Sir，數學這麼複雜，人們如何想得到？”

“老師，為什麼還要教我們對數表？”

“無限項之和，是誰想像出來的？他怎樣想像得到？”

筆者在初入行時，常常不懂得如何回答學生提出這類的問題，因為這些問題與數學發展過程有關。這些提問可反映出學生有很強的求知慾，而且在某程度上，他們是希望知道為何要坐在課室裡，學習一些“複雜”和“抽象”的數學。自然，如果老師只告訴同學學習“對數表”、“無限項之和”純粹是課程要求，他們會不滿足，而學習動機也降低。

於是筆者利用工餘時間，閱讀了一些有關數學史、數學家的書籍，然後，嘗試把一些有趣的資料帶入課室內。例如當教對數時，和同學講述英國數學家納皮爾(J. Napier)花了廿年時間寫出第一個對數表，部分同學都驚嘆他的毅力。當教授級數無限項之和時，與同學分享康托(Cantor) 集合論有關無限問題的故事，而且康托最初提

到有關無限的理論時，當時數學界並不接受，而康托晚年更是瘋了，同學們都聽得津津有味！

誠然，香港中學數學課程是很緊迫的，同學和老師都忙於趕課程，但是如果老師能夠偶爾說一些數學歷史故事，讓同學可以從另一角度，欣賞數學，了解它的發展過程，那麼數學史便能成爲數學堂的美點了！

爲了更清楚掌握數學發展過程，筆者動手做了一個西方數學史表，方便參考，希望在此拋磚引玉，引發數學老師設計更多有趣的數學史教材！

參考資料

高希堯 (1992) 《世界數學史略》， 陝西科學技術出版社。

西方國家數學發展史(一)

(一)
萌芽時期

(二)
初等數學時期

3500 BC　　600 BC　　0

希臘文明時期

祖沖之(429-500)　$\pi = \frac{355}{113}$

西漢末年
1000 BC
《周脾算經》
勾股定理

東漢
《九章算術》

600　　300

雅典時期

第一個哲學家
泰勒斯 **Thales**
(~640-546BC)

証明第一批幾何定理
- 半圓圓周角是直角
- 等腰三角底角相等

畢達哥拉斯
Pythagoras (~580-500BC)
- 相信"萬物皆數"
- 發現偶數，奇數，素數，完全數，三角形數，正方形數
- 畢氏定理(百牛定理)
- 畢達哥拉斯數組

$$m, \frac{1}{2}(m^2-1), \frac{1}{2}(m^2+1)$$

亞歷山大時期

歐幾里德 Euclid
(330-275BC)
- 《幾何原本》 共 13 卷
- 出現 sine table 初形

阿基米德 Archimedies
(287-212 BC)
- 求得 $3\frac{10}{71} < \pi < 3\frac{1}{7}$
- $\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
- 球表面積等於圓面積 4 倍

阿波羅尼 Apollonius
(262-190BC)
- 圓錐曲線
- 詭辯學派
- 三大作圖問題

(1) 作一正方形使其面積等於已知圓面積
(2) 作一立方體使其體積等於已知立方體的兩倍
(3) 用圓規、直尺三等分一任意角

西方國家數學發展史(二)

17 世紀中葉

17 世紀(天才世紀) 變量數學的建立

羅馬、中世紀、東方阿拉伯

(意大利)
菲波納契
Leonardo Fibonacci
(1170-1250)
$a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$

14 世紀 文藝復興

卡爾丹 **G.Cardano**
(1501-1576)
- 一元三次、四次方程的求根公式
- 虛數概念的引入

(英) 納皮爾
J. Napier
(1550-1617)
- 用 20 年精力造成第一個對數表

這時期還有指數理論、符號代數學

解析幾何創立階段

(法) 笛卡兒 **Rene Descartes** (1596-1650)
- 將幾何與代數連結，解析幾何的始創者

(法) 費爾馬 **Pierre de Fermat** (1601-1665)
- 與笛卡兒同爲解析幾何的始創者
- 也研究數論，有人認爲是"微積分的真正始創人
- 費爾馬大定理：不定方程 $x^n + y^n = z^n$ $(n > 2)$ 沒有整數解
- 費爾馬小定理：若 p 爲質數，且 a 與 p 互質，則 $a^p - a$ 能被 p 整除

默森 **M. Mersenne**(1588-1648)
- 默森素數：第 29 個默森素數於 1985 發現 $M_{216091} = 2^{216091} - 1$

射影幾何

(法) 笛沙格 **G. Desargues** (1591-1662)，
惠更斯 **C. Huygens** (1629-1695)

(法) 帕斯卡 **B. Pascal** (1623-1662)，也是哲學家、散文大師、神學家
- 制成世界上第一台能計算 6 位數加減的手搖機械計算機
- 研究概率，著有《論賭博中的計算》

微積分發明

先驅者包括

(德)開普勒 **J. Kepler**(1571-1630)：行星運動三大定律

(英)華利斯 **J. Wallis**(1616-1703)：
- 最早發現 $\frac{4}{\pi} = \frac{1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdots}{2 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 6 \cdots}$，並說明零指數、負指數及分數指數

(英)牛頓 **Issac Newton**(1642-1727)：
- 流數術、萬有引力、光學、聯繫切線問題和求積問題

(德)萊布尼茲 **G.W.Leibniz**(1646-1727)
- 介紹了和、積、冪和根式的微分法則，發現微積分爲互逆運算

微積分的出現導致"無窮小悖論"的數學危機

西方國家數學發展史(三)

18 世紀 變量數學的發展

(法) 棣莫弗 **De Moivre** (1667-1754)
- 概率論、三角、級數論、De Moivre Law
- 複數：if $z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$, then $z^n = r(\cos n\theta + i\sin n\theta)$

泰勒 **B. Taylor** (1685-1731)
- Taylor Series $f(x+h) = f(x) + hf'(x) + \frac{h^2}{2!}f''(x) + \cdots$

(瑞士) 伯努利家族
第一代 尼古拉. 伯努利 **Nicolaus Bernoulli** (1623-1708)
第二代 雅向. 伯努利 **Jacob Bernoulli** (1654-1705)
約翰. 伯努利 **Johann Bernoulli** (1667-1748)
(與萊布尼茲爲好友)
而(法)洛比大 **L' Hôpital** (1661-1704)是約翰的學生
第三代 尼古拉第三 **Nicolaus III** (1695-1726)
丹尼爾 **Daniel** (1700-1782) 及約翰 **Johann II** (1710-1790)

歐拉 **L. Euler** (1707-1783)
- 幼時受丹尼爾及約翰.伯努利的影響。
- 留下 886 篇論文和著作
- Euler Formula $V - E + F = 2$
- 創立了很多數學符號：π, i, e, sin, cos, tan, Δx, Σ, $f(x)$
- 高斯曾說："研究歐拉的著作永遠是了解數學的最好方法"

法國三 L- 拉格朗日 **J.L. Lagrange**(1736-1813)
拉普拉斯 **Laplace** (1749-1827) 《天體幾何》
勒讓德 **A.M. Lagender** (1752-1833)

(法) 蒙日 **G.Monge** (1746-1818) - 畫法幾何

西方國家數學發展史(四)

(四)
近代數學

(五)
現代數學

19 世紀 20 年代　　1945　　現在

(德) 高斯 (1777-1855)，稱爲 "數學王子"
- 發明最小二乘法，用圓規直尺作出了正十七邊形 (歐幾里德難題)
- 給出正 n 邊形可否用圓規直尺作出的條件
- 同餘理論，超幾何級數

(法) 傅里葉 **Fourier** (1768-1830)証明任何函數(連續和不連續)均可展成傅里葉級數

泊松 **S.D. Poisson** (1781-1840) 統計學上的泊松分佈
柯西 **A.L.Cauchy** (1789-1857) 以方法定義極限，
嚴格定義了連續性、導數、積分及收斂性
雅可比 (1804-1851)
狄利克雷(1805-1859) 狄利克雷函數

$$y=\begin{cases}0 & x \text{ 爲有理數}\\ 1 & x \text{ 爲無理數}\end{cases}$$

<u>幾何</u>

1. 射影幾何 - 彭色列 **Poncelet** (1788-1867)，
   斯坦納 **J.Steiner** (1796-1863)
2. 非歐幾何 - (俄) 羅巴切夫斯基 **Lobattschewsky** (1792-1856)
   (雙曲幾何)
   (德) 黎曼 **G. Riemann** (1826-1866) (黎曼幾何、橢圓幾何)
3. 以變換群研究幾何 - (德)克萊因 **F. Klein** (1849-1925)

<u>代數</u>

1. (挪威) 阿貝爾 **Abel** (1802-1829) 証明五次方程無代數解
   (法) 伽羅華 **Galois** (1811-1832) 伽羅華群論 (証明五次或以上方程無代數解)
2. (英) 哈密頓 **W.R.Hamilton** (1805-1865) 發現超複數系，四元數 $a + bi + cj + dk$
3. (英) 布爾 **G. Boole** (1815-1865)布爾代數
4. 凱萊 **A. Cayley** (1821-1895) 矩陣代數

(德) 維爾斯特拉斯 **K. Weierstrass** (1815-1897) 找出處處不可微的連續函數
康托 **Cantor** (1845-1918) 集合論 -- 無限問題
戴德金 **Dedekind** (1831-1916) 戴德金分割，建立實數系
(法) 彭加勒 **Henri Poincere** (1854-1912) 拓樸學

- 對策論
- 信息論
- 最優化論
- 運籌學
- 控制論
- 非標準分析
- 模糊數學
- 突變理論
- 計算機科學

資料取自《世界數學史略》