

0.9999 的爭論

麥德儀 天主教培聖中學

教員室是每位教師改簿、出卷、備課的工作室，也是一個休息室，偶爾在教員室聽到頭條新聞、學生生活的小插曲〔有歡笑的；也有氣憤的〕，這些都是在教員室內時常聽到的事。

有一天，教員室內竟然不斷地聽到「0.9999」！原來有一位老師在中二級的數學測驗中出了以下的一道題：

試把 0.9999 捨入至 3 位有效數字。

以下節錄一些老師的答案及解釋：

甲老師：「1.000。因把 0.9999 由第一個有效數字開始數至 0.999，為第三位有效數字，此數字的右邊數字大於 5，因而令 9 進 1，所以最後答案是 1.000。」

乙老師：「1.00。因把 0.9999 由第一個有效數字開始數至 0.999，為第三位有效數字，此數字的右邊數字大於 5，因而令 9 進 1，問題要求把答案捨入至 3 位有效數字，所以最後答案是 1.00，有 3 個有效數字。」

最後，支持甲老師的有三位，而支持乙老師的有五位，雙方爭論一會兒之後，甲老師那一方有以下的解釋：

「若我們要把 0.695 捨入至 2 位有效數字，答案是 0.70，皆因 0.695 中的 5 使 9 加上 1，剛好這又使 6 加上 1 變為 7，而使 7 後的位置加上一個 0，補回 9 的位置，所以答案是 0.70。同樣，在 0.9999 此題，我們也需要用三個 0 來填補 9 的位置，因此答案是 1.000。」

乙老師那一方又加以反駁：

「由於題目要求把 0.9999 捨入至 3 位有效數字，那麼最後答案只可出現 3 位有效數字，所以答案必然是 1.00。」

請問，你支持那一方？又或是有其他的答案呢？

在未弄清誰是誰非之前，不妨先考慮為何要用有效數字作答。究其原因，不外乎為避免煩瑣數字或不盡小數。而把答案捨入至若干位有效數字，應先列出附近符合指定有效數字位數的數字，然後取其最接近的數值作答。以 0.9999 為例，0.999 及 1.00 為其最接近的兩個以 3 位有效數字表示的數，並滿足 $0.999 < 0.9999 < 1.00$ 。

由於 1.00 比 0.999 更接近 0.9999，故此把 0.9999 捨入至 3 位有效數字應得 1.00。換言之，以上爭論的正確答案應是 1.00。

從以上的爭論，可以看到有些老師為了幫助學生答題，著學生遵守一些法則，卻忽略了數學概念的確切意義（在上面的例子便是「捨入」），出現如以上的混淆，希望各老師在教學上，能注意到法則只作輔助用途，切忌盲目跟隨，同時也能教導學生把他們所學的知識靈活運用，切勿墮入陷阱之中。