

## 數學－數學史－數學教育－素質教育

歐陽絳 山西大學自然辯證法研究室

在文明的結構中，存在著許多鏈條，數學－數學史－數學教育－素質教育是其中一條。緊緊地把握此鏈條及鏈條上的諸關係，將大有助於文明的發展。

### (一) 數學與數學史

數學有它自己的發展過程，有它的歷史。它是活生生的、有血有肉的。無論是概念還是體系，無論是內容還是方法，都只有在與其發展過程相聯繫時，才容易被理解。可以說，不懂得數學史，就不能真心地理解數學。數學課本上的數學，經過多次加工，已經不是原來的面貌；刀斧的痕跡，清晰可見。數學教師要把課本上的內容放到歷史的背景上考察，才能求得自己的理解；然後，才有可能幫助學生理解。

歷史上的東西都是曾經成為現實的東西。它成為現實，總有它成為現實的理由；這理由就是邏輯。不懂得數學發展的邏輯，就沒法把握今天的潮流和未來的趨勢。要知道：每一位談論潮流和趨勢的人，都加上了他自己的主觀分析和主觀願望；唯獨歷史是公平的，不偏不倚。

我們強調在教學中要注意啓發，其實，歷史就是最好的啓發式。探索思想根源，認準歷史上的重大思想轉折，對於在此領域辛勤奔波的人來說，是最大的啓發。H·伊夫斯(Howard Eves)在《數學史上的里程碑》中，為我們做出了範例。著名數學家江澤涵先生說得好：「在數學飛速發展的今天，不了解其歷史、其全局，只見樹木，不見森林，對數學的學習和研究都不利。」在數學前沿工作的研究人員，也常常忘記他自己正立足於數學發展的哪一點，更不用說數學系的學生了。為了整個數學的發展，需要整理和研究數學史。對於每一個數學研究工作者或者數學教育工作者，數學史都應該在自己的心目中，列為必修課。

## (二) 數學與思維

數學從它誕生那天起，就與思維結下了不解之緣。創造數學，構造數學，學習數學，研究數學，都是思維的過程，而且是較為純淨的思維過程。數學是鍛鍊思維的體操。這要從多方面理解，包括：直觀、猜測、類比和演繹，還包括：從具體到抽象，從抽象到具體，從特殊到一般，從一般到特殊，等等。

「歷史從哪裡開始，思維就應該從哪裡開始。」對於一般學科尚且如此，對於與思維有不解之緣的數學尤應如此；也就是說，更應該從探索思維的源頭入手。

## (三) 數學史與數學哲學

隨著數學的發展，人們進一步思考一些問題：數學研究的對象究竟是甚麼？數學怎樣成為可應用的？對「數學是研究模式的學問」這句話該怎麼理解？等等。這些問題都是數學哲學的研究課題，只有放到數學史的背景上考察，才容易理解。另一方面，數學史家在研究數學史和寫作數學史之前，對上述問題總有一定的觀點、一定的看法。因此，我們可以仿照科學哲學家們的說法，說：「沒有數學史的數學哲學是拐子，沒有數學哲學的數學史是瞎子。」

## (四) 種系發生原則

教學法上有這樣一條原則，我們姑且稱之種系發生原則。它建基於生物學家精闢論述的著名定律：「個體發育重演種系發生史」，意思就是「個體複製群的發展」。即至少在粗略的外觀上，一個學生要把一門學科學好，得順著該學科的歷史發展的順序學。作為一個特殊例子，我們來看一下幾何學。最早的幾何學可稱為潛意識的幾何學（subconscious geometry），它來源於人類認識物理形式和比較形狀與大小的能力的簡單觀察。幾何學後來成為科學的，或經驗幾何學；該學科的此階段發生於這樣的時候，即人類的智能從一組具體的幾何關係中抽出把前者（指具體的幾何關係）作為特例包括在內的一般的抽象關係（幾何的定律）的時候。後來，實際上在希臘時期，幾何學才提高到高級階段；成為證明幾何學。按照這裡講的教學法原則，主張：應先向年輕的孩子們顯示，如何通過簡單的技術對自然作簡單的觀察；然後，教學生用圓規和直尺，用尺和延長器，並且用剪刀和漿糊，導致一批重要的幾何定理；再遲些，幾

何學才能以其證明或演繹的形式被顯示，較早的歸納方法的優缺點此時才能向學生指明。——僅從這一點來說，數學教育工作者也應該學習和研究數學史。

### (五) 從數學之樹到自然之數

H·伊夫斯在探索種系發生原則的過程中，提出了數學之樹的概念，並且對它作了生動而形象的描述：若干年前，把數學描繪成一棵大樑樹的樣子，這是眾所周知的事。在樹根上標著代數、平面幾何、三角、解析幾何和無理數這樣的名稱。從這些根上長出該樹的強大的樹幹，上面寫著微積分。然後，從樹幹的頂端發出許多枝，並且再分為較小的枝。這些枝上寫著這樣的名稱：複變、實變、變分法、概率等等，包括高等數學的所有各個「分支」。

數學之樹顯然是時間的函數。例如，上面描述的樑樹肯定不能作為亞歷山大時期的數學之樹。樑樹很好地代表十八世紀和十九世紀相當一部分數學的情況；但是，隨著二十世紀數學的大量增長，樑樹給出的數學的一般圖景不再保持了。

我們必須重繪數學之樹，如果它要代表今天的數學的話。幸而存在作為這種新代表的一種理想的樹——榕樹。榕樹是一種多幹樹，而且不斷生長新幹。這樣，從榕樹的一枝上，一根像針一樣的生長物向下伸展，直到它達到地。它在那裡生根，並且，在一些年後，這針狀物長得越來越粗壯，及時地將自己長成有許多枝的幹，每一枝又在地下投下它們的針狀生長物。伊恩·斯圖爾特 (Ian Stewart) 在他著的《自然之數》一書中，又描繪出了數學的前景。由樑樹，而榕樹，而自然之數，數學教育工作者都應該把它們置入視野，尤其是：當我們考慮課程設置時。

### (六) 數學是文明的一個組成部分

文明是有結構的，這指的是：(1) 文明由若干部分組成，有：科學、藝術、宗教、倫理、政治、法律等等；(2) 各部分在這個結構中有一定的地位；(3) 各部分之間依一定的關係而共存。

數學是文明的一個組成部分，而且是一個重要組成部分。有了文明，就有了數學，數學史和文明史幾乎是同步前進的。數學不是在真空中產生的，總是在一定的文明中出現的。因此，我們講文明史，

也該介紹其文明背景。另一方面，數學的發展對整個文明的發展起的影響不容忽視。也就是說，我們不能把它僅僅當作一種技術或技巧，要注意它的文明功能，即對文明發展的促進作用。

### (七) 數學史教育

對學習和研究數學的人，對未來的數學教師和在職的數學教師，講數學史，要講甚麼樣的數學史，要怎樣講數學史。這是個值得探索的問題。

首先，要把它當作一門數學課來講，要強調它是「數學」史，而不是數學「史」。正如 H·伊夫斯在《數學史概說》中指出的，和實際做到的。第二，要注意數學思想的演變，尤其是數學思想的重重大轉折。正如 H·伊夫斯在《數學史上的里程碑》中指出的，和實際做到的。第三，要把數學的發展與它所處的文明背景的關係講清楚。這既能說明它是在甚麼樣的文化氛圍中產生的，又能說明它對處於其中的文明產生的影響，即其文明功能。作為數學教師，對上述這些有了個清晰的認識，大有助於提高自己的素質。

### (八) 數學教育史

在這裡，應該探討的問題有：數學的教育功能？不同民族、不同時代對數學的教育功能的種種看法？這可以從畢氏學派的「數學能淨化人的思維」說起。

數學教育對整個文明發展的作用？數學教育在不同國家、不同時代的地位？這可以從柏拉圖學派的「不懂幾何者，不得入內」說起。

當今世界，數學教育是否受到足夠的重視？對於數學教育史，已經做過些甚麼工作？有哪些工作，亟待進行？在數學教育史中，最關鍵的是數學教育思想史。

### (九) 素質教育

目前，人們都在談論素質教育，眾說紛紜。我不準備在這裡談這些說法，我只提出一點：應該把「素質教育」作為一個開放的概念，不要急於下結論。正因為如此，我願大膽地提出自己的看法。我認為：素質教育的「素質」，應該包括以下內容：(1) 身體素質，(2)

心理素質，(3) 思維素質，(4) 道德素質，(5) 科學文化素質。作為教育工作者的我們，應該弄明白各素質間的關係，尤其是：身體素質和心理素質對成功的影響。著名數學家、著名數學教育家 G·波利亞 (George Pólya) (1887-1985)，能取得那麼大的成就，是與他的身體素質高分不開的。

#### (十) 數學教育在素質教育中的作用

畢達哥拉斯說過：「數學能淨化人的思維」；不少教育學家強調：數學能鍛鍊人的思維。數學在提過思維素質方面的作用不容忽視。數學教育在提高科學文化素質上的作用，也是突出的。這不僅由於數學的內，還由於通過數學學習養成的思維習慣和思維方法。在某種意義上，數學是開啓科學文化宮殿大門的鑰匙。作為數學教育工作者，明確地意識到這一點，大有助於提高自己的工作水平。

#### (十一) 素質教育對數學教師的要求

我們必須懂得整個素質教育的內涵，懂得數學教育在整個素質教育中的地位；並且，知道自己（面對這麼高的要求）欠缺甚麼，努力擴展自己的能力，當仁不讓地勇敢地承擔起自己應付的責任。

每一位數學教師，都應該捫心自問：對數學是否熱愛？自己做數學時，是否常有激情湧現？然後，再考慮：如何通過自己的教學激發學生學習數學的激情？每一位數學教師，應該弄懂數學與思維的關係，知道：如何通過教學啓發學生的思維。更要緊的是：讓學生通過數學活動，培養起良好的思維習慣。每一位數學教師，都應該認真地學習數學史，用數學史啓發自己的頭腦，然後，用自己的已經馳騁起來的思維去啓發學生。

作為數學教師，怎樣提高自己的素質呢？一曰實踐。教學實踐，是提高自己素質的起點，要緊緊把握每一個機會。二曰讀書。要選擇一兩本書，認真地讀，把上面的題，全把做一遍，並進行反思；一定要讀透。三曰思考。在實踐過程中，要思考；要知道；單純的經歷，不等於經驗；經歷加思考，方能形成經驗。在讀書過程中，要思考，要知道：只有和作者進行思想交流，作者的思想種子才能在自己的心田中生根發芽。四曰寫作。寫作也是主動地思考、主動地表述。大膽地寫出自己的見解，方能讓自己在思維領域闊步前進。畫地為牢，作繭自縛，抱殘守缺，是沒有出路的。

實踐、讀書、思考、寫作，實踐、讀書、思考、寫作，如此循環往復；你將必然地進入成功者的行列。

## (十二) 數學教育改革的立足點

以上十一條，是我們數學教育工作者於工作、談問題的立足點。千萬不要把這些看似遠離教學的東西，當作「陽春白雪」，屏之於九霄雲外；這是打好基礎、站穩腳跟的大事；站穩了腳跟，才能向前進。對於上述問題學習與研究、分析與討論，是考慮數學教育改革問題之前，必須做的準備工作。一句話，是數學教育改革的立足點。

參考書目：

### (一) G·波利亞的著作：

- 《怎樣解題》，閻首蘇譯，科學出版社，1982年。
- 《數學的發現（第一卷）》，歐陽絳譯，科學出版社，1982年。
- 《數學的發現（第二卷）》，劉遠圖等譯，科學出版社，1987年。
- 《數學與猜想（第一卷）》，李心燦等譯，科學出版社，1984年。
- 《數學與猜想（第二卷）》，李心燦等譯，科學出版社，1984年。

*Mathematical Methods in Science*, The Mathematical Association of America, 1977. (尚無中譯本)

### (二) H·伊夫斯的著作：

- 《數學史概論（修訂本）》，歐陽絳譯，山西經濟出版社，1993年。
- 《數學史上的里程碑》，歐陽絳等譯，北京科學技術出版社，1990年。

### (三) 其他：

- 《數學的藝術》，歐陽絳著，農村讀物出版社，1997年。
- 《思維效率》，歐陽絳著，福建教育出版社，1996年再版。
- 《自然之數》，伊恩·斯圖爾特著，上海科學技術出版社。
- H. Scott Fogler, *Strategies for Creative Problem Solving*, Prentice Hall Inc., 1995.