

## 對《2001年小學數學科課程大綱初稿》的意見

香港數學教育學會課程關注小組

前言：

「第三屆國際數學及科學研究顯示，香港小三及小四年級學生在十七個地區中，數學和科學成績分別排列第四及第十位，情況與初中成績相若，均落後在南韓、新加坡及日本之後，相比下香港亦較少表現優異的學生。」

摘自 12-6-1997 星島日報

我們作為前線教育工作者，看到一些現存不利於教育的因素，現在提出來，希望 CDC 在《2001 年小學數學科課程綱要》最後定稿前詳加考慮。

1. 本港小學數學教師中，大部份都不曾在教育學院選修數學。教科書的編寫人會因應市場需求，盡量提供一些方便老師教授及批改的淺易例子和習題，導致小學生數學成績每況愈下。因此我們建議課程綱要的最後定稿內，要列出較多的例子與指引，以免教科書只提供千篇一律有固定格式的例題和訓練，反而數學問題本身的概念部份，沒被帶出來。
2. 現在小學數學教科書中的某些課題（例如：乘法分配性質、H.C.F.和 L.C.M 的應用、數型、整除性等）寫得不太好，需要我們在製訂新的課程綱要時，給予較具體而明確的指引和例子。我們鼓勵課題要教得深入和徹底，而不是數量多但膚淺。既然在《修訂摘要》中曾提及要「加強學生在概算及估算方面的能力」和「要建立數字感」，上述的課題內容，不但不應被刪除，反而更應被重新肯定及加強。
3. 小學數學的教育，應為中學的數學及科學學習奠好基礎。
4. 「優質教育」應意味著能把學生的潛質盡量發揮出來，不管他是資質平庸、資質低下還是資質超脫的。我們在製訂課程綱要時，要引進新教學科技以提高程度較低的學生的興趣，同時要保留或加深某些課題的程度，以免窒礙資質較佳的學生的發展。

5. 我們鼓勵在課堂中，學生能多運用數學詞彙作溝通，例如：大於、小於、屬於、等於、平均、垂直於、趨於、相距……等。
6. 我們所設計的數學課程，應同時兼顧到它的功能作用與數學本質問題，所以，課程內容除了能環繞日常生活接觸到的事物外，還應提供概念性、解難題性的教材，不要過分避開與生活稍為脫節的有趣數學問題。

### 新修訂課程與一九八三年課程的內容比較及課程關注小組的建議

| 1983年課程                | 新修訂課程                        | 備註  | 課程關注小組的意見            |
|------------------------|------------------------------|---|----------------------|
| <b>「數」</b>             |                              |   |                      |
| 乘法分配性質 (5.4)           | 刪去                           | 在小學階段，此課題主要作為速算的方法，在教授乘法時亦有涉及。              | 建議保留 (附註一)           |
| 三位除四位 (4.12)           | 二位除三位 (P.4)                  | 減省繁複計算。                                     | 建議保留三位除四位為增潤項目 (附註二) |
| 因數分解 (5.10)            | 改為增潤項目 (不包括指數記法) (P.6)       | 學生在小學階段較難掌握此概念，現時中學已有此課題，建議不須重覆。            | 建議保留為必教項目 (附註三)      |
| 用短除法求 LCM (6.3-2)      | 刪去                           | 因短除法須應用「因數分解」的概念，而「因數分解」已改為增潤項目。            | 建議保留 (附註三)           |
| HCF 和 LCM 的應用題 (6.3-2) | 刪去                           | 學生在學習上有困難。同時，HCF 和 LCM 的應用題與小學生實際生活脫節。建議刪去。 | 建議保留 (附註三)           |
| 平方根 (6.10)             | 平方根 (用視察法，不用因數分解法求平方根) (P.6) | 只著重概念的認識，因計算機可幫助求大數目的平方根，同時中學課程亦有深入的學習。     | 建議保留 (附註四)           |

|                                   |                          |                                    |                             |
|-----------------------------------|--------------------------|------------------------------------|-----------------------------|
| 數型<br>(6.11)                      | ※數型 (刪去幻方)<br>(P.6)      | 小學生在這階段較難掌握填寫幻方的方法,且課程緊迫,故建議刪去。    | 建議增設「數數與計數」課題保留幻方為增潤項目(附註五) |
| 整除性<br>(6.2)                      | 刪去                       | 此課題主要是作為速算方法,而且在學習倍數及除法時已涉及整除性的概念。 | 建議保留(附註六)                   |
| 計算工具的故事<br>(6.15)                 | 改為「計算工具」(計算機的認識及運用)(P.4) | 配合時代的需要。                           | 贊成但另有建議(附註七)                |
| 「圖形與空間」                           |                          |                                    |                             |
| 繡曲線(選教項目)<br>(6.8)                | 刪去                       | 課程緊迫                               | 建議保留作增潤部份(附註八)              |
| 「度量」                              |                          |                                    |                             |
| 圓面積<br>(6.17)                     | 刪去                       | 對小學生來說圓面積的概念較難掌握,運算繁複,且在中學亦有此課題。   | 建議保留(附註九)                   |
| 簡易測量<br>(6.18)                    | 六下                       |                                    | 建議刪去較複雜的繪圖(附註十)             |
| 「數據處理」                            |                          |                                    |                             |
|                                   | 增加概率                     | 學生在日常生活中常會遇到概率的問題。                 | 建議刪除(附註十一)                  |
| 「代數」                              |                          |                                    |                             |
| 四、五、六年級<br>(4.16, 5.3, 5.13, 6.4) | 五、六年級(不包括同類項運算)          | 學生在高年級較易掌握「代數」的概念。                 | 另有建議(附註十二)                  |

附註一：

我們相信，小學生學習「乘法分配性質」的最重要原因，是培養他們的數字感及數理關係的發現！透過歸納思考 (inductive thinking)，學生們發現原來：

$$7 \times 6 + 7 \times 4 = 7 \times (6 + 4)$$

當然，以前因為科技不夠發達，「速算」方法成為人們十分關注的學習重點，於是「乘法分配性質」便與「速算」拉上密切的關係；但隨著科技的進步，人們對「速算」方法的需要性已降低，因此，我們建議保留此課題，但摒棄以前教科書引入此課題的方法，另作更適當的處理，使學生發現並欣賞這個數理性質。我們應增強學生認識「乘法分配性質」的概念，但毋需突出它在速算上的運用。

我們強調小學生學習這個課題，最主要是讓他們培養數字感及發現數理關係的經驗。好讓他們在中學階段學習代數時 (例如多項式因子分解及展開 [polynomial factorization and expansion]) 有一個扎實的數學經驗根基，作為抽象代數思維的基礎。在速算及其他方面的應用 (例如認識乘法分配性質在乘除法的直式中的運用) 只是附帶的，資優的學生能多學一點固然是好事，一般的學生學習「乘法分配性質」，則毋須專注於速算及應用部分上。

附註二：

建議保留三位除四位作為增潤部份，讓程度較高的學生有較深入的訓練。

附註三：

A. 「因數分解」是培養學生數字感的其中一個重要課題，它能使學生對不同的數字作出較深入的分析，把不同數字的個別及共有特性展現出來。

除此以外，中學雖然在代數中有類似課題，但所涉及的都只是代數符號的操作，對於「整數」的因數分解及數字感的培養都談不上關係。況且，在中學學習該代數課題時，亦要求學生在「數字的因數分解」上有充足的已有知識 (background knowledge)，刪去後，反而在銜接上會出現問題。

這個課題不僅向小學生提供了一些技術性的方法去解決一些數字性質的問題，也提供了一種數學智慧的訓練，使小學生得到作為一個「數學人」的培養。

B. 「質因數分解法」也是學習求解 H.C.F. 和 L.C.M. 的重要技巧！

其實，用短除法求 L.C.M. 的技巧，在很多的運算上也會被應用到：

$$\text{例：} \frac{1}{4} + \frac{5}{6} - \frac{3}{10} = ?$$

$$\text{解：由於 } 4, 6, 10 \text{ 的 L.C.M.} \quad \begin{array}{cccc} 2 & 4 & 6 & 10 \\ & 2 & 3 & 5 \end{array}$$

$$= 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60,$$

$$\therefore \text{原式} = \frac{15}{60} + \frac{50}{60} - \frac{18}{60} = \frac{47}{60}$$

用「列舉法」求 L.C.M. 作為公分母固然是太笨拙，扼殺了學習的興趣。很多學生用「嘗試成功法」找出 120 或 180 做公分母，也會使運算冗長累贅！

更多的學生用分母相乘做公分母：

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4} + \frac{5}{6} - \frac{3}{10} \\ = & \frac{1 \times 6 \times 10}{4 \times 6 \times 10} + \frac{5 \times 4 \times 10}{4 \times 6 \times 10} - \frac{3 \times 6 \times 10}{4 \times 6 \times 10} \\ = & \frac{60 + 200 - 70}{240} \\ = & \frac{198}{240} \\ = & \frac{47}{60} \end{aligned}$$

結果，不是忘記約分，便是因過長的運算而導致錯誤。

(請注意：計算機在此類問題上，不能給予很大的幫助。)

C. 另一方面，雖然求 H.C.F. 和 L.C.M. 的應用題頗與生活脫節，但我們應該強調的是探索問題及解難能力的培養，像其他應用題一樣，我們鼓勵學生能夠一題多解。

例：最少要用幾張  $6\text{cm} \times 10\text{cm}$  的長方形紙片，才可拼出一個正方形？

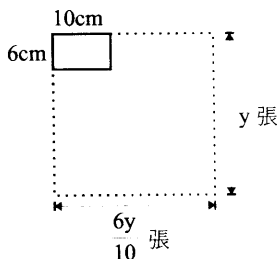
如右圖，設邊長  $6\text{cm}$  的一邊需放長方形紙片  $y$  張。那麼， $10\text{cm}$  的一邊需放  $\frac{6y}{10}$  張要使  $\frac{6y}{10} = \frac{2 \times 3 \times y}{2 \times 5}$  是一個正整數。

解一：(利用整除性原理)

$\therefore y$  最小是5。

即共需長方形紙片：

$$5 \times \frac{6 \times 5}{10} \\ = \underline{\underline{15\text{張}}}$$



解二：(利用質因數分解法)

正方形的邊長是 6 和 10 的 L.C.M.

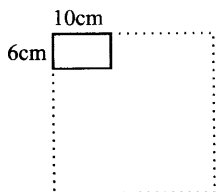
$$6 = 2 \times 3$$

$$10 = 2 \times 5$$

$$\text{L.C.M.} = 2 \times 3 \times 5 \\ = 30$$

$\therefore$  共需長方形紙片

$$\frac{30}{6} \times \frac{30}{10} \\ = \underline{\underline{15\text{張}}}$$



解三：(利用 L.C.M. 的短除式)

共需紙片：

$$3 \times 5$$

$$= \underline{\underline{15\text{張}}}$$

$$2 \quad 6 \quad 10$$

$$3 \quad 5$$

(注意：直式上的 3 和 5 是有意義的！現時坊間的教科書很少談及這點。)

附註四：

我們建議保留用因數分解法求平方根。

事實上，中學課程是沒有教授整數數字的平方根求解法的！只在類似課題（不盡根 [surd]）中教授代數的運算，而且在教授此課題時，亦假設學生在小學階段已有運用「因數分解」求解平方根的知識。

另一方面，此課題與「因數分解」甚有相連關係，保留後，可使學生更進一步了解因數分解的功能。

附註五：

A. 建議在六年級的「數型」課題內增加「數數與計數」的教材（請參考華羅庚數學學校課本二年級上、下分冊，中國大百科全書出版社）。我們相信，教材內容愈徹底、愈貫徹相連，學生愈容易掌握，教學亦愈有效。

B. 建議保留「幻方」作為增潤部份，因為要照顧能力較高的學生。

附註六：

「整除性」的課題重點不應局限於速算上的應用，它不但有助於數字感的培養，還可以作為解難的訓練，例如透過 2 和 3 的整除性質，導出 6 的整除性後，可考問學生：「怎樣的數可被 15 整除？」，勿讓學生單單背誦整除性的法規。

附註七：

「運用計算機會否導致小學生的運算技能減弱」是小學教師的一大疑慮！特別是當學生在運算概念及技能未成形時便引入計算機，相信很多小學老師都認為會影響教學。

在這裏，我們建議在課程綱要中，或以輔助文件形式，對小四至小六各課題內如何利用計算機作為教學工具，作出明確的指引及列出在該課題運用計算機的原因。

附註八：

建議保留「繡曲線」作為增潤項目。

此課題是一個很好的「欣賞數學」教材，而且有助學生培養幾何觀。

**附註九：**

圓形在日常生活中是一個很普通和常見的圖形，若只教授直線圖形的面積，反而脫離現實，學生亦會感到奇怪，事實上，圓面積也是加強學生幾何觀的重要課題。

其實，「圓面積」在日常的教學環境中，出現兩個主要困難：

1. 學生不明白  $\text{圓面積} = \text{半徑} \times \text{半徑} \times \pi$
2. 在運算上，小數點的乘除經常導致錯誤。

我們提出的觀點是：

1. 在小學階段，我們並不要求小學生能給予求取圓面積公式的嚴謹證明！他們能了解數格法的作用及能直觀地了解圓形繩餅面積可由三角形面積公式導出，已算足夠了！
2. 如果計算機能被引進小學數學課程內，小數點的乘除便不會導致學生計算圓面積時出現大量的錯誤。

**附註十：**

例：A、B 兩地相距 20km，另有一 C 地，它在 A 的  $050^\circ$  方位，在 B 的  $330^\circ$  方位上。試繪出 C 地的位置，並分別量度 C 地至 A、B 兩地的距離。

(《今日數學》，教育出版社，第十二冊，頁48，例題三。)

例：甲村與乙村相距 7公里，在甲、乙兩村偏南的地方有一口水井，水井離甲村 5公里，離乙村 6公里，問這水井對甲、乙兩村的方位角各是多少？

(《數學》，新亞洲出版社，六下，頁80，練習二十四，第 4 題。)

這類問題，同時要求學生掌握「方位角」、「比例尺」、「量度技巧」等多種技能(按：街簿的“graph paper”未必是 1cm 方格紙)才能解決問題。我們建議可刪去此課題中的「位置的確定」及「用方格紙繪畫平面圖」，保留「方位角」、「水平與鉛垂」及「仰角」的概念部份，不作過於繁複的繪圖。



附註十一：

建議刪除「概率」，因為課程緊迫，教學時間不足，而且此課題既與其他課題的關聯性不大，對中學課程也沒有基礎性的作用。

附註十二：

在中學課程內會重新教授代數課題，而且中學老師常發覺學生在小學階段學習了很多錯誤的代數知識，這反而影響學生日後學習，況且中學課程也假設學生從未學過代數，我們建議在小學階段刪去整個「解方程」的課程，騰出更多時間好讓小學生在「數」的性質上 (如乘法分配性質、因數分解、整除、H.C.F. 及 L.C.M. 等) 作更多的鑽研。打好基礎，以便到中學後發展抽象思維階段！