

觀賞奧運會單車公路賽有感

蕭文強
香港大學數學系

今年（2021 年）七月八月間在東京舉行的奧運會，吸引了各地不少人注意，在本港也掀起了一股體育熱潮；尤其因為香港代表團取得一金二銀三銅的佳績，叫人振奮了好一陣子。

我的注意力卻被一位奧地利選手吸引過去，事緣 7 月 26 日傳來一條消息，奧地利單車手 Anna Kiesenhofer 在奧運會單車公路賽中獲得金牌。她是一位數學家，不騎單車的時候，專注研究動力系統（dynamical systems）和辛幾何（symplectic geometry）。她的表現出乎所有人的意料，包括其他參賽者。荷蘭單車手 Annemiek Van Vleuten 衝過終點線時，以為自己贏得了比賽，卻沒有意識到 Kiesenhofer 在她之前已經抵達終點！

出於好奇，我查閱了更多關於 Dr Kiesenhofer 這一壯舉的新聞。我發現她在記者招待會上說的話顯示了一位數學家的特質。她將比賽視作解決問題的過程，有如解決一個數學問題。憑著自己的知識（及對自己能力的了解），製訂訓練計劃與臨場戰術，並不一定依照其他人的意見和方法。當被問及她會給一個剛開始從事這項運動的年輕單車手什麼建議時，她立即說：「不要太相信權威。」接著，她說：「[...] 我開始意識到所有那些說他們知道的人，其實他們不知道。他們當中許多人不知道，尤其是那些說他們知道的人其實不知道；反而知道的人，很多卻說不知道。」藉著孔子的智慧我們可以把她的陳述加以修正並且改進，即是「知之為知之，不知為不知，是知也。」《論語·為政二》。[順帶說一句，作為命題演算（Propositional Calculus）的練習，試證明 Kiesenhofer 說的關於知道或不知道和說知道或不知道這兩個陳述，彼此乃逆否命題（contrapositive），所以是等價的；而孔子的話是合取命題（conjunction），意思是另外一回事。]

在數學教學中，給學生傳達這種反權威態度是重要的，我們不應該不經自己思考而盲目相信權威。六月中旬，香港教育局的製作組走來我們的數學系，拍攝了一段三分鐘的影片（但連同準備及修訂，卻頗費時間，從上

午 10:00 工作至下午 2:00!) 在視頻中, 我發表了以下一段說話:「數學有理可循, 所以是能理解的。數學工作者當中不乏博學深思之士, 但沒有所謂權威。數學不是一人說了算, 不是信口開河, 而是以理服人。探索期間大可天馬行空, 任憑想像力和創作力翱翔天際; 一旦作出斷言, 便得有根有據, 不能馬虎, 更不要試圖蒙混過關。」¹⁰

作者電郵: mathsiu@hku.hk

10 該影片已於 2021 年十一月製作完畢, 片長約十五分鐘, 據聞將送往各中學放映, 介紹更新了數學課程。因篇幅關係, 我拍攝的一段給刪節去掉一部分, 與原先寫成的腳本略見不同。本文的附錄, 是我於 2020 年八月原先寫成的腳本。

附錄：作者於 2020 年八月原先寫成的腳本

在你的印象中，數學是怎樣的一門學科呢？是否眾多要背誦的公式與眾多不同的計算方法？是否老師說怎樣做，便怎樣做？是對抑或是錯，是否老師一人說了算？有些人會說：「老師說數學十分有用，我在日常生活上卻很少用到數學。他日我也不會用到數學，為什麼要我學習十多年的數學呢？」

先來一個小玩意：把你的電話號碼的八個數字任意調亂，得到另一個八位數，從較大那個數減去較小那個數，然後加 1。把得到的數的全部數字相加，如果還不是一個個位數，便再把全部數字相加，直至得到一個個位數。答案是什麼？[例子： $34269265 \rightarrow 24636925$ ， $(34269265 - 24636925) + 1 = 9632341$ ， $9 + 6 + 3 + 2 + 3 + 4 + 1 = 28$ ， $2 + 8 = 10$ ， $1 + 0 = 1$ 。]

為何如此神奇，得來的答案都是 1 呢？

借助少許數學，便能解開這個謎。首先，把一個（非零）正數的全部數字相加，重複步驟，直至得到一個個位數。如果原來的數是 9 的倍數，這個個位數便是 9，否則，它不是 9，卻是以 9 除原來的數餘下的數。其次，把一個數的數字任意調亂，從大數減去小數，得來的數必定是 9 的倍數。

前一回事，是所謂「棄九法」的原理；早於公元 3 世紀居於敘利亞地區的羅馬學者 Iamblichus (*ca.* 245-325) 已記載下來，至 10 世紀印度數學家 Aryabhata II (*ca.* 920-1000) 把原理用於檢驗算術運算。（不過，要注意「棄九法」通常能捕捉計算錯誤，但也有檢測到「假陽性」的可能！）17 世紀初歐洲筆算方法傳入中國，「棄九法」首次出現於意大利傳教士利瑪竇（Matteo Ricci 1552-1610）及明朝士大夫李之藻（1565-1630）合編的《同文算指》，我們在小學時代也學過，當時感覺到既有趣亦有用！

當中涉及的同餘式理論，在數學史上就更有名堂了。從公元 4 世紀中國古籍《孫子算經》的一道著名題目演變為 13 世紀中葉南宋數家秦九韶（1208-1261）發展的「大衍求一術」，再經德國數學名家 Carl Friedrich Gauss（1777-1855）在 1801 年的經典著述《算術研究》[*Disquisitiones Arithmeticae*] 創新整理而大備於後世。

開首的小玩意亦非玩意而已，箇中原理運用於校驗碼，例如香港身份證號碼括號內的數字，或者常見的國際標準書號（ISBN）結尾的數字，便是為了檢測錯漏。

數學就是這樣的學科；（1）它是有理可循，（2）它是源遠流長的人類文化成果，（3）它是非常有用。讓我分別就這三方面多說兩句。

- （1）數學有理可循，所以是能理解的。數學工作者當中不乏博學深思之士，但沒有所謂權威。數學不是一人說了算，不是信口開河，而是以理服人。探索期間大可天馬行空，任憑想像力和創作力翱翔天際；一旦作出斷言，便得有根有據，不能馬虎，更不要試圖蒙混過關。
- （2）數學源遠流長，是人類文化成果。它是古今中外不同文化在幾千年來碰撞交流的結晶。我們不能只顧緬懷昔日光輝而固步自封，必須虛懷若谷，以開放心態接受外來的新思想。
- （3）數學非常有用，在上個世紀五十年代中國數學家華羅庚已經說過：「宇宙之大、粒子之微、火箭之速、化工之巧、地球之變、生物之謎、日用之繁，無處不用數學。」時至今日，數學的應用範圍更廣更遠，例如數學在生物科學或人工智能發揮的重要作用，五十年前只是初露端倪，今天卻已進入大學課程內容了。

既然如此，我們是否需要把數學這個科目學好呢？雖然大部份同學不一定日後從事需要大量數學知識的工作，但數學就在我們周圍，它是人類文化的一個重要部份，又能夠藉此培育理性思維，應該是「大眾」的學科。

Maths for All!