

## 從金融素養看小學數學思維的訓練

曾建勳  
香港大學

疫情下出席香港數學教育學會和香港城市大學合辦的香港數學教育會議 2021/22，實在感觸良多，一方面受着第五波疫情的數字每天攀升，觸目驚心；另一方面，業界同工在過去兩年的艱難困境下，大家在不同崗位上努力，為學生創造不同的學習情境，成果豐碩。會議當天的其中一節平行分享活動最讓我注目的是由李文生博士和彭明輝博士分享的主題：『Mathematics and Financial Literacy Integrated Learning』題目下的另一方向是如何透過現象圖析學及課堂研究提升初中學生的金融素養，當中亦涉及變易學習理論，學習者從經驗中體驗變易，辨析現象，產生學習歷程。

「現象圖析學」(phenomenography)是上世紀 70-80 年代，由瑞典學者馬飛龍 (Ference Marton) 教授等建立，主張人之所以對世界產生認識，是因為人與世界之間建立了一種關係，其研究對象是人的經驗，其研究重點有別於過往對人類的行為、心理狀態或神經系統等研究。當中人所經歷到的現象、結構和意義都存在於前反思體驗和概念性思考中，從人們對現象所作的描述入手，可以找出人們在經歷現象的過程中所形成的各種有質性差別的觀念。在這研究基礎上，馬飛龍教授結合二十多年的實證研究，提出變易理論 (variation theory, 在中國內地也譯作「變異理論」)。所謂變易，即「當一個現象或者一個事物的某個屬性產生變化而同時其他屬性保持不變，變化的屬性將被審辨到」。簡言之，學習的關鍵主點就是找出事物最顯著的差別。

筆者是一名小學數學教育工作者，對於『金融素養』一詞是非常的陌生，以至在小學數學科推廣更有點摸不著頭的。不過當天兩位講者在分享研究例子，無心插柳與我早年的教學活動設計上都是一些例子不謀而合，當中是一些開放例子，讓學生在課堂『講數』，容許我在這裡分享當天的例子。

某百貨公司舉行秋季大減價，購買每件物品均可享有九折優惠。陳先生早前在該百貨公司換領了一張 10 元的現金優惠券，他計劃購買兩件物品，分別是一部價值 2680 元的焗爐和一本售 100 元的小說。

- 情境一：如果上述優惠只可以選擇其中一項，陳先生應該選擇那一種優惠可以節省最多呢？
- 情境二：百貨公司容許上述優惠可以同時使用，陳先生覺得先用去優惠券，再享用九折優惠，『着數』更多！你同意嗎？
- 情境三：假設上述優惠可以時使用，陳先生覺得如果購買兩件物品時分開付款，可能節省得更多，你同意嗎？

上述例子是期望學生在整個學習經歷體驗三個重要的環節：審辨 (discernment)、變易 (variation) 及同時性 (simultaneity)。這個例子是設計在百分數一課題，正是筆者預定學生環繞這個學習內容 (object of learning)。題幹資料刻意製造兩個不同的折扣環境，讓學習者在過程中審辨一次性的優惠 (即 10 元現金優惠券) 和總金額上的九折優惠之間的分別，即這兩種優惠背後的重要方面 (critical aspects/features)。筆者相信當然大家即時的反應，如果同時享用兩種優惠，當然是「慳」得最多，所以筆者設計出三個不同的情境，透通「變」(variant) 和「不變」(invariant) 去讓學生感受使用現金優惠券和折扣優惠背後的數學意義。

從情境一，陳先生只能選擇上述優惠其中一項，無疑會選擇九折優惠，因為可以節省  $(2680 + 100) \times (1 - 90\%) = 278$  (元) 遠遠比 10 元現金優惠券得多。

情境二的情況則大大不同，如果先選擇用九折優惠，再用 10 元現金優惠券的  $(2680 + 100) \times 90\% - 10 = 2492$  (元)；若先在總金額減去 10 元現金優惠券後， $(2680 + 100 - 10) \times 90\% = 2493$  (元)，兩者情況是存在相差，不過金額差別只是 1 元。老師可以在這情況下追問，試猜想是否使用九折後的再用定額的現金優惠券**必定**節省得更多呢？

情境三的設計是筆者讓學生感受到當所有安排都可變的時候，要先考慮不同的組合：

組合一： $2680 \times 90\% + (100 - 10) = 2502$  (元)

組合二： $(2680 - 10) + 100 \times 90\% = 2760$  (元)

綜合以上三個情境，筆者並不是要求學生說出一個絕對的答案作為該教節的結束；相反地，是希望讓學生透過例題的設計，進行數學解釋 (mathematical reasoning)，指出他們的選擇是需要根據基數的大小、固定的優惠和百分比之間的關係做決定，並不是單靠某一數量的大小來得出結論。

如果大家細味以上三個情境，其實正是我們日常生活中事例而已。不過從數學學習或數學思維鍛鍊的角度去看預設學習內容 (intended objects of learning) 再而到實踐學習內容 (enacted objects of learning)，最後到學生感受體驗學習內容 (lived objects of learning)，這裏構建了由教師預設、推行實施到學習者的一個互動的平台。數學思維的訓練是希望學生可以透過觀察、推理、形象化、猜想、風險承擔建立數學方法去解決實際問題。就着上述三個情境，老師可以一系列的「變」，讓學生體驗四大學習活動：對比 (Contrast)、分離 (Separation)、融合 (Fusion) 到類化 (Generalization)，從而建立簡單的數學模型 (Mathematical Model) 去分析和解決問題。

小學數學科正是一個好好切合點將金融素養／理財素養融入小學課程內，讓學生感覺到數學科並不是天馬行空的科目，更重要的是教師可以利用生活化例子通過不同的「變」提升學生的數學思維、數學解難，亦是更務實豐富近年 STEM 課程中數學學習，在基礎數學學習如何建立簡單的數學模型，分析自己的決定。

筆者在此非常感謝李文生博士和彭明輝博士在過去的日子給予我支持和鼓勵，亦在這篇分享中予以一些專業角度給我參考，特此鳴謝！

### 參考文獻

- Marton, F., & Booth, S. (1997). *Learning and awareness (Educational psychology series)*. Mahwah, N.J.: L. Erlbaum Associates.
- 祁永華、謝錫金、岑紹基 (編) (2005)。《變易理論與學習空間》[electronic resource]。香港：香港大學出版社。

作者電郵：tsangkf@connect.hku.hk