

請莫小覷「最小公倍數」

郭潔瑩 勵志會馮瑞璋紀念小學上午校
馮振業 香港教育學院

相信任教四年級的數學科老師，往往會遇上一些「頂級」學生，他們在初次學習「最小公倍數」的課題時，已懂得以「短除式」計算。例如：

$$\begin{array}{r} 3 \quad) \quad 105 \quad 120 \\ 5 \quad) \quad 35 \quad 40 \\ \hline \quad \quad 7 \quad 8 \end{array}$$

105 和 120 的最小公倍數便是 $3 \times 5 \times 7 \times 8 = 840$ 。

這不是六年級才介紹的方法嗎？最大的「功勞」歸誰呢？要算是他們的家長和補習老師了。無可否認，以短除式求最小公倍數是比較快捷的方法，然而，學生提早學習這個方法卻衍生一連串的問題。

例如在求三個數的最小公倍數時，當遇上沒有數能同時整除三者的時候，他們便以為計算完畢，把「適當」的數字乘起便當答案。當然，這樣得來的答案並不一定就是最小公倍數，就如以下的例子：

$$\begin{array}{r} 2 \quad) \quad 12 \quad 20 \quad 30 \\ \hline \quad \quad 6 \quad 10 \quad 15 \end{array}$$

學生把 $2 \times 6 \times 10 \times 15 = 1800$ 當作 12、20 和 30 的最小公倍數！！！！

此外，一些看似簡單的問題也能把這些「超班」的學生絆倒，就如求 7 和 11 或 2、3 和 5 的最小公倍數之類，學生往往不知如何是好，因為他們說不出怎麼走第一步！

我們認為這一切都是他們「未學行、先學走」的結果，大大低估了「最小公倍數」這一課題。需知這裡涵蓋「最小」、「公」和「倍數」三個十分基本的數學概念，在掌握這些概念前學習短除法這種機械化操作，流於捨本逐末。況且他們根本不明白為甚麼這個方法行得通，死

記硬背式的所謂「學習」往往只會帶來一知半解的學習效果。

小心檢視以短除式求最小公倍數的方法，不難發現其中包含求公因數的步驟。那麼，為甚麼求公倍數的方法竟然含有求公因數的步驟呢？為甚麼以短除式求兩數的最小公倍數的方法不能直接應用於求三個數的最小公倍數上？要找出這些問題的答案，非引入算術基本定理不可，此處從略。不過，如果教師不正視這些潛在的學習困擾，恐怕很難寄望學生能學好這個課題。

既然於小四教授「以短除式求最小公倍數」的方法有這許多的問題，為甚麼家長、補習教師、以至一些在職教師皆樂此不疲？理由在於他們往往不自覺地把「考得好成績」放在比「理解」更高的位置。由此引伸的問題，就是為甚麼「答好考卷」並不一定基於「理解」？答案可在下面這道漫不經意的「尋常」考題中找到。

「求 9 和 12 的最小公倍數。」

只要學生能準確地重複「以短除式求最小公倍數」的步驟，老師自然（也只能）打個滿分。可是，學生是否明白「最小」、「公」和「倍數」三個十分基本的數學概念則無從稽考。說穿了，就是這道題只求學生「懂得一個可求兩數的最小公倍數的方法」，卻不要求學生「懂得最小公倍數的含義」。把這種做法誇大一點，我們大可教授小六學生回答以下一道積分問題：

「求 $\int (4x^3 - 15x^2 + 6x - 2)dx$ 。」

學生並不一定需要知道積分的意義始能依照公式

$$\int (a_3x^3 \pm a_2x^2 \pm a_1x \pm a_0)dx = \frac{a_3}{4}x^4 \pm \frac{a_2}{3}x^3 \pm \frac{a_1}{2}x^2 \pm a_0x + C$$

求得 $\int (4x^3 - 15x^2 + 6x - 2)dx = x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 2x + C$ ，反正要明白操作程序只需能捕捉符號規律即可，他們甚至不必關心指數的意義！我們可以因學生能正確地寫下上述的不定積分而認定學生已明白積分的意義嗎？

怎樣打破以上的困局呢？老師不妨多下功夫，先加強學生對「公倍

數」概念的掌握吧！最理想的方法，是多擬一些「另類」的題目，讓學生多思考，避免他們盲目運用短除法作計算。例如：

- 擬題一： (a) 把缺漏了的倍數以「 \wedge 」符號補充在適當的位置。
 4 的倍數：4、8、16、20、24、36、40…
 6 的倍數：6、12、18、24、36、48…
 (b) 寫出 4 和 6 的三個不同的公倍數。
 (c) 求 4 和 6 的最小公倍數。

(若學生不能正確清楚列出 4 的倍數缺漏了 12、28 和 32；6 的倍數缺漏了 30 和 42，他們只會誤以為 24 是最小公倍數。)

- 擬題二： 某兩數的最小十個公倍數是：
 12、24、36、48、60、72、84、96、108、120
 (a) 這兩個數連同 15 的最小公倍數是甚麼？
 (b) 這兩個數連同另一數的最小公倍數是 84，試猜該另一數是甚麼？

(這題測試學生對公倍數的認識，短除法幫不了忙。在 (b) 中更可鼓勵學生找出數值最小的答案。)

- 擬題三： 圈出下面各組數的公倍數。

- (a) 9、3：24、36、45、60、108
 (b) 6、8：6、16、36、72、120

(若學生能以短除式求出各組數的最小公倍數，也未必能懂得如何找出其他公倍數。因此，這樣的題目有助他們發現其他公倍數正好是最小公倍數的倍數。)

- 擬題四： (a) 試分別列出 12 和 14 的所有因數。
 (b) 某兩數有 12 和 14 兩個公倍數，求這兩數的最小公倍數。

(此題要求學生掌握因數和倍數的關係。)

學習要按部就班，不能過於急進，請家長和補習老師們多給孩子一些空間，好讓他們學習如何思考吧！