

關於長除直式寫法的一點補充

蔡敏英
沙田崇真學校

引言

自從黃（2011）提出長除直式的簡潔寫法後，筆者在教授小三除法時，總會被以下問題困擾：應介紹怎麼樣的長除直式讓學生學習？在每一步都要退位時，算式的寫法不會出現多少差異，爭議通常只出現於沒有退位的時候。細心閱讀一些坊間的教科書，不難發現長除式有多種不同的寫法，大致有以下三種：

書寫原則	I. 局部地表達 剩下未被等分的數量	II. 完整地表達 剩下未被等分的數量	III. 只要不退位， 同行續算
例子	$\begin{array}{r} 115 \\ 3 \overline{)345} \\ \underline{3} \\ 4 \\ \underline{3} \\ 15 \\ \underline{15} \\ 0 \end{array}$ <p>第一次分物，只分百位</p> <p>第二次分物，只分十位</p> <p>第三次分物，十位退位，連同個位一起計算</p>	$\begin{array}{r} 115 \\ 3 \overline{)345} \\ \underline{300} \\ 45 \\ \underline{30} \\ 15 \\ \underline{15} \\ 0 \end{array}$ <p>等分後，剩下的總數</p> <p>等分後，剩下的總數</p>	$\begin{array}{r} 115 \\ 3 \overline{)345} \\ \underline{33} \\ 15 \\ \underline{15} \\ 0 \end{array}$ <p>百位無退位，十位同行續算</p> <p>十位退位，連同個位一起計算</p> <p>註：這寫法由黃宇詩老師提出</p>
教科書	《廿一世紀現代數學》、《新一代數學》、《新紀元小學數學》、《小學數學》、《校本單元數學學習套》	《新一代數學》、《新紀元小學數學》、《校本單元數學學習套》	《校本單元數學學習套》

上列三種寫法，筆者曾選用 I 和 III 於不同學年試教，藉以找出最適合學生學習的寫法。實踐的第一年，雖只向學生講解寫法 III，但他們卻從

父母或補習老師的途徑認識了寫法I。有見及此，筆者就對他們作了一個非正式的訪談，結果發現他們比較喜歡寫法III，原因是其寫法較為簡潔。

實踐的第二年，由於筆者被安排教授一班能力稍遜的學生，故決定只向他們講解寫法I。但批改習作時，在不用退位的情況下，部分學生竟把課堂所學的寫法I拋諸腦後，列出從未學過的寫法III。雖然花了很大氣力向他們講解寫法I的好處，更曾硬性規定他們需列出寫法I的長除式，但過了一段時間後，寫法III卻在總結性評估重現。這現象不禁令人懷疑：是否能力較強和能力稍遜的學生都會自然地選用III來列寫長除直式？那為什麼寫法III不被教科書廣泛地使用？

同一長除直式、不同的計算過程

依這兩年的經驗所見，雖然不論能力高低的學生，都會列出圖一的算式，但他們於計算時所書寫的次序卻是截然不同的。

$$\begin{array}{r} 12 \\ 4 \overline{)48} \\ \underline{48} \end{array}$$

圖 1

請看看以下兩種不同的計算過程：

<p>(甲)</p> $4 \overline{)48} \quad \rightarrow \quad 4 \overline{)48} \quad \rightarrow \quad 4 \overline{)48} \quad \rightarrow \quad 4 \overline{)48}$ <div style="text-align: center; margin-top: 10px;"> $\underline{48}$ </div>
<p>(乙)</p> $4 \overline{)48} \quad \rightarrow \quad 4 \overline{)48} \quad \rightarrow \quad 4 \overline{)48} \quad \rightarrow \quad 4 \overline{)48}$ <div style="text-align: center; margin-top: 10px;"> $\underline{48}$ </div>

這裏列出的計算步驟都沒有錯，出現這種差異的原因在於計算者的數感。以甲步驟計算的學生，心中已知 $4 \times 12 = 48$ ，再進行分步計算便顯得

多此一舉（馮，2002）。以乙步驟計算的學生，其數感雖然不及甲的好，但由於這題是不退位除法，十位的「4」已完全分去，再沒有把數字「拉」至底部作分步計算的需要，在同行續算也屬一種自然的寫法。

由此可見，若單憑圖1的算式，教師的確無法有效地解讀學生的計算過程。相對地，在批改習作的角度來看，寫法I或II卻提供較多「資料」，讓教師偵測學生計算過程的各個步驟。

一個有趣的發現

還記得有一次在批改學生習作時，看到圖2的算式，該學生畫了一分隔線，把516看成51和6。現在細心想來，他是否以這條分隔線，告訴老師他擁有較純熟的心算能力，能以甲的過程進行計算？

$$\begin{array}{r}
 129 \\
 4 \overline{) 516} \\
 \underline{48} \\
 36 \\
 \underline{36} \\
 0
 \end{array}$$

圖 2

長除直式的形態受計算者的數感影響，由此衍生多種不同的表達方式。只要沒有違背除法原理，教師都不應該只接受其中一種而排斥其他，也不應只著重長除直式的「最終形態」，而忽略了當中的計算「過程」。

結語

儘管本文提及的只是教授小三除法時的所見所聞，並跟進黃（2011）作一點補充，但更值得深思的，不論數感強弱的學生都有機會選用簡潔的寫法III來列長除直式，那麼最自然的長除直式是否非寫法III莫屬？教師又應否以方便批改凌駕數學的內在美，否決III的寫法？

本文承蒙馮振業博士提供寶貴意見，謹此致謝。

參考文獻

梁易天、劉應泉 (2007)。《新一代數學》。香港：朗文香港教育。

現代教育研究社編輯委員會 (2006)。《廿一世紀現代數學》。香港：現代教育研究社。

馮振業 (2002)。是格式問題嗎？由兩個例子說起。《數學教育》14期，16-21。(後收入吳丹(編)(2007)。《小學數學教育文集：理論與教學經歷的凝聚》(頁177-183)。香港：香港數學教育學會。)

馮振業、李詩雅、王倩婷 (2007)。《新紀元小學數學》。香港：牛津大學出版社。

馮振業、陳麗萍、周惠英、劉心怡、馮仲頤 (2012)。《校本單元數學學習套》。香港：牛津大學出版社。

黃宇詩 (2011)。初小的除法直式，怎樣才是最好？。《數學教育》31期，3-6。

盧樸川 (2005)。《小學數學》。香港：新亞洲出版社。

作者電郵：tsoimanying@gmail.com