

數學化教學：關於除法教具的一點補充

楊詠盈、黃彩霞
香港教育學院全日制學生

引言

在小學課程中，除法是一個相當重要的課題，其學習由初小延展至高小（香港課程發展議會，2000）。要學生學得好，除了要有好的教學設計，也需要教具的配合，才能把學習內容教得深入淺出。有關除法學理的介紹，可參看馮（2008）；各級除法的數學化教學構思和材料，見於鄧（2004）和馮、王、葉、何（2000），此處從略。本文集中探討一排十粒的磁粒，如何輔助被除數為兩位數，除數為一位數，且涉及兩步直式計算的除法教學。

常見於除法教學的教具，包括「十進積木」、「算柱」、「數粒」及「不同顏色或大小的磁粒」（見圖 1）等。數學化教學主要採用十進積木，取其形像化地顯示位值及計算過程（馮，1999；馮、王、葉、何，2000）。對能抓緊位值的學生而言，用不同（顏色或大小）的磁粒或數粒演示直式計算過程也可接受。只有算柱無法有效演示計算過程，被認為是欠缺教學效能的教具（馮，1999），全面棄用。有關數學化教學的教具運用，見於李（2009），此處不贅。本文要補充說明的，正是李文並沒有提及的一種教具：「一排為十粒的磁粒」（見圖 2）。這教具在數學化社群內已廣泛使用了好一段日子，只是從來不曾有人把它的用法完整地記諸文字而已。

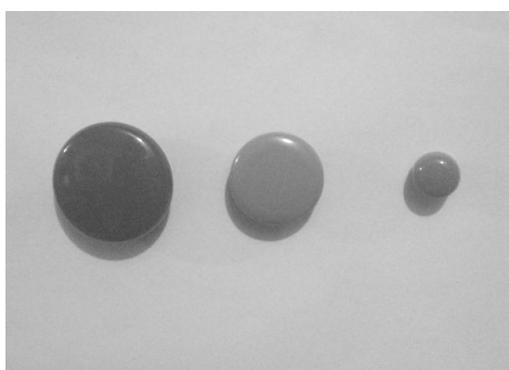


圖 一



圖 二

本文介紹的教具用法，主要是根據馮、王、葉、何（2000）的教學設計，當中我們修改了教具運用的部分，把原本採用「十進積木」，改為採用「一排為十粒的磁粒」演示直式計算過程。於教學實習時，我們試用了「一排為十粒的磁粒」，教授三年級一位數除兩位數的除法。當中涉及兩步直式計算，學生得運用兩次乘數表，故不能直接在乘數表內找到所求的商。由於二年級的除法，學生只需要運用一次乘數表便可以找到答案，因此無需要使用此教具進行演示。

教具的優點與限制

十粒磁粒為一排，可非常有效地對應退一得十。磁粒被封成十粒整齊地排列。當退位時，老師一「拉」，抽走封好的一排磁粒的背面白色托底紙卡（見圖3），並同時拿走透明膠封蓋，便使一排十粒拆成十個一粒，這一個轉變清晰可見，相對使用「不同顏色大小的磁粒」或「算柱」更為具體，不用顧忌學生不能聯想由一變十的意思；同時，亦省卻了從十粒一條的數粒中分拆的時間。而最重要的是這一「拉」的動作與直式可配合得天衣無縫。

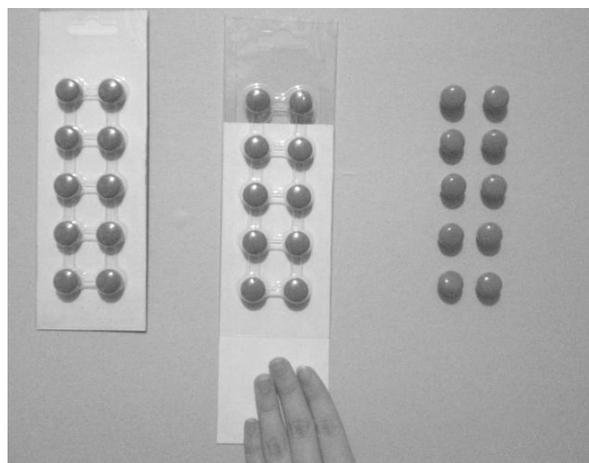


圖 三

我們在教授長除式的退位計算時，特別強調「拉」的動作與長除算式的計算步驟的對應。在教授長除算式的運算過程，當完成十位計算時，我們加入口述及用手向下「拉」的動作，將個位的數「拉」下來，並於長除算式對應地記錄下來。操作時，把「一排十粒的磁粒」的背面白色托底紙卡向下「拉」，並同時拿走透明膠封蓋，使一排瞬間變為十粒，使分物活動如何結合位值清楚地顯示出來。為了讓學生容易掌握長除算式的退位計算

及其原理，教師在操作磁粒和填寫直式時，必須做到兩邊的過程能逐步對應。

雖然在教學上運用「一排十粒的磁粒」有以上的種種好處，但此教具只限用於被除數為兩位數，除數為一位數，且涉及兩步直式計算的除法教學。礙於工具本身的限制，被除數為三位數時，這形像化的教具馬上變得異常複雜，失去效用。

教具運用的過程

我們在現場教學時，為了讓長除算式的運算過程清楚地展示學生眼前，我們使用不同的顏色代表不同數位上的數字，如使用紅色代表十位，黑色代表個位等；為了方便讀者閱讀，下文在長除算式中的運算，我們以粗黑斜體表示十位，正體表示個位。

講述：這裡有糖 ● 一粒，每十粒糖組成一包糖，現在有四包糖，多六粒，共四十六粒糖。把 46 粒糖平均分給 3 位小朋友，以數學方法表示即

$$46 \div 3 = \underline{\quad}$$

46 是被分的數目（被除數），3 是等分份數（除數），把 46 寫在長除號的裡面，3 寫在長除號的外面。

第一次分物活動時，先分十位。

背誦乘數表，三一得三，餘下一個十，由於餘下的一個十不能再均分，所以暫時每人分得一個十，共分去三個十，餘下一個十和六個一。

老師在白板上把已包裝磁粒背後的紙卡向下「拉」。同時，直式配合圖像，此時十位數 1 由原本粗斜黑體轉為正體，並把個位數 6 「拉」下來。

老師把一個十分拆成十個一，加上餘下的六個一，現在就有十六個一。同時，直式配合圖像，把個位數 6「拉」下來，組成十六個一進行第二次分物活動，即把十六粒糖平均分給三位小朋友。

$$\begin{array}{r} 1 \\ 3 \overline{)46} \\ \underline{3} \\ 16 \end{array}$$

背誦乘數表，三一得三、三二如六、三三歸九、三四一十二、三五一十五，「停」，餘下的 1，不能再均分給 3 人了。在第二次分物活動中，每人共分得五粒，共分去十五粒，餘下一粒。

$$\begin{array}{r} 15 \\ 3 \overline{)46} \\ \underline{3} \\ 16 \\ \underline{15} \\ 1 \end{array}$$

所以，經過兩次分物活動後，每人共分得 15 粒，餘下 1 粒。

教學反思

運用這套教具教授除法時，學生對「磁粒」大感興趣，當老師把一排磁粒拆開時，學生感到非常神奇，一下子教師便把一個十拆成十個一。這時教師沒有錯過學生的學習動機，隨即請在座的同學一起舉手模仿「拉」的動作，一邊做一邊口述「拉個（數字）下來」，然後隨即再在紙上填寫直式。在 $36 \div 2$ 一例中，更有學生能說出餘下十六個一，可見老師在白板

上運用磁粒，並以不同顏色表示個位及十位來講授，學生不但容易理解，而且學生能夠對應圖像，一步一步地說出除法的運算過程。

結語

在這套教具的協助下，教師可輕易地把分物的過程在直式中展現出來。而那一下「拉」的動作，能夠完全配合直式的運算，令各位數字的意義一目了然。磁粒背後的紙卡一拉，直式上的數也相對地拉一拉。老師只需這麼簡單的一套教具，便能把除法分物的意思、退位的原理帶出，比學生純粹硬記運算步驟，來得更有意義。要學生認識數學，不正正是要由基本入手嗎？

本文得馮振業博士提供寶貴意見，謹此致謝。

參考資料

- 香港課程發展議會(2000)。《數學課程指引(小一至小六)》。香港：教育署。
- 馮振業、王倩婷、葉嘉慧、何妙珍(2000)。《數學化教學—除法》。香港：作者。
- 馮振業(1999)。《數學化教學：難點選編》。香港：作者。
- 馮振業(2008)。小學帶餘除法的教學。《數學教育》27期，34—46。
- 李婉婷(2009, 6月)。數學化教學的教具和學具的應用。載黃家樂、李玉潔、潘維凱、鄧國俊(編)。《香港數學教育會議—2009 論文集》(頁93—104)。香港：香港大學教育學院。
- 鄧佩玉(2004, 6月)。小二除法教學。載鄧幹明、黃家樂、李文生、莫雅慈(編)。《香港數學教育會議—2004 論文集》(頁123—132)。香港：香港大學教育學院。
(後收入吳丹(編)(2007)。《小學數學教育文集：理論與教學經歷的凝聚》(頁263—273)。香港：香港數學教育學會。)

首作者電郵：yeungwingying@gmail.com