

## 現實情境作為數學課業內容之再思

黃家鳴

課室當中學到的知識，能夠運用到現實生活去解決一些其中碰到的處境問題，似乎是當前不少人對學校教育的一項要求，又或者是作為衡量課堂中所教所學有沒有實用價值的一項準則。誠然，這項要求有其合理性，尤其在一個講求效率的現代社會，知識的實效性成為學校教育不能不考慮的一個重要指標。

數學是中小學的主要科目之一，數學的學習也難以脫離實用的考慮，但這個問題對於數學科來說，並非初看那麼簡單——實用與非實用之間的選擇，而是涉及數學知識的本質問題。就目前的數學課程而言，日常生活中所需要的一般數學知識，諸如購物時的計算、度量衡概念等，在小學階段已經學得差不多，中學的數學課程離開日常生活的應用問題亦較遠。（有笑話說一個年年賺錢的商人只要懂加數便很足夠了！）但無論怎樣，當前的數學教學正受著前述的時代要求，無可避免地要做到結合生活現實處境的需要來進行教學。

這個趨勢除了是順應時代對知識的實用性要求外，其實還有至少兩方面的原因。第一是關乎學生的興趣和學習動機。普及教育推行以來，學校傳統的學術科目教授方式再不能配合大部分學生的學習情況和取向，於是較為靈活和以生活處境作為學習活動的出發點自然成為提高學習興趣與動機的重要方法之一。第二是關乎學習認知的心理過程。教育心理學的研究指出學生成功的學習必須以已有知識為基礎，新的知識要成為學生的知識結構一部分，必須與既有的知識建立連絡，才能有效地被吸納。於是生活處境便理所當然地成為很多數學題的背景，教師在設計課堂教學時，亦同時以此作為教學的出發點。

這個趨勢除了通過觀察課室實際的教學情況可以得知外，從教科書的內容也不難看到這個轉變。觀乎六、七十年代的中小學數學教科書，都是開宗明義由數學概念、專有名詞的意義出發，再有公式、定理、數學解題等為焦點，一些以生活、工作為背景的應用題都是在稍後才以文字題的方式滲入到有關章節當中，而且佔的比重也不多。八、九十年代的教科書往往以很多現實生活出現的情境來引介數學概念，還配以不少插圖說明，並且亦包括較多這類的應用題作為說明、練習或深化學習。

然而，將數學學習約化成為以解決現實生活中的數學問題為目標，又或者過分強調在教學中以現實生活處境作為數學學習課業的主要內容，均有值得商榷之處。首先，數學的知識和思考方式之所以能夠在科技發展上有這麼多不同應用的可能性，正在於它的抽象性，亦即並不依附特定的環境條件，而只是從較抽象的數量、空間關係或結構的層面來考察問題。這種抽離無關的環境細節而只專注於

某些數學關係、結構乃是數學方法的重要特徵之一，從而也奠定其知識普遍性的特質。簡單來說，知識的抽象性越高，知識應用的普遍性就越大。

面對一個有待應用數學方法去解決的現實難題，首先是基於給定的特殊條件建立相關的、通常是較簡化的一個數學模擬處境或模型，然後通過數學方法在模擬的情境中求解，最後將這些數學解再翻譯成現實處境的情況，以決定合用的解決方式、答案等。這種抽離現實情境以進行思考的方法雖然不是數學科所獨有，學生也並非只能從數學科學到這種思考方法；不過，在中小學階段，比較起其他較講求具體細節內容的學科來說，數學科的學習在這方面的特徵尤其明顯，自是栽培學生抽象思維能力的好機會。若從這一點出發，我們就得衡量我們期望學生掌握數學知識的抽象程度，以決定在學習課業中現實生活處境問題的比重。對於學習能力較高，能夠舉一反三的學生，比較容易從個別的現實例題中看到相關的數學關係或結構；太多現實處境的課業反而會變得沉悶，窒礙他們主動尋求數學關係本身的興味。而對於能力不高的學生，相反來說，沒有明確的數學化、形式化思考學習機會，更會令他們自囿於一系列瑣碎的現實處境課業而不能向抽象的數學思考前進一小步。

總的來說，要利用現實生活處境作為數學教學的課業內容必須超越前述近乎學習動機及已有知識基礎的考慮，而應更多地考慮到數學知識本身的特殊性及抽象程度以至學生認知與思考能力的水平來進行設計，才能保證有意義的學習成果。缺乏後者的考慮，容易偏重了學習的趣味性及數學知識的實用性，從而犧牲了數學學習中寶貴的另一面。

進一步來說，近年的數學教育研究亦指出另一個事實，就是無論數學課堂中所討論的難題與現實情況有多相似，學生處理這些問題時的態度和方式始終與他們在真實情境中的不同，而且往往不會將之當成真實的問題來考慮，這個情況在初小學生的階段已經出現。由是觀之，在課室內學習的情境本身潛藏著不少背景條件或前設，令其中處理的問題由一開始已經充滿人工性、假想性等性質，更遑論其中所缺乏的在真實處境中特有的各種可供利用的工具、條件，或被認可的簡化、略化過程等。<sup>(9)</sup>

簡而言之，在現實環境中的數學難題與課堂中模擬的問題，兩者其實引發出不同的認知和解難過程。從這點看來，認為在課堂中利用真實處境便可以培養學生在現實生活中運用知識的能力便未免過分簡單化，也經不起這方面新近實驗研究所得結果的考驗。事實上，日常生活中的數學與數學課堂中教授的數學兩者有多少共通之處，又有多少差異，並不是一個容易回答的問題。無論從它們採用的數學方法來考慮，又或者從其個別認知與解難的心理活動來說，這兩項活動的相似性有多少，連續性有多強，正是目前不少學者們悉心研究的重要課題。因此若

要認真地回答數學教育的進行應該如何在結合現實處境的數學問題及保持其抽象性之間維持一個合適平衡，必須作更深入的探討才能作出判斷。

年來可以被視為中小學課程改革的「新思維」(!)的「目標為本課程」，其教學原則及指引中基本上提倡以真實生活情境作為設計課堂學習課業的內容，並以此鼓勵學生思考、溝通、解難等。對於語文學習來說，這個出發點也許既合理又有果效，但對於數學科來說，則前述表面的合理性之下其實真正隱藏了本文所帶出的一些問題與矛盾。由此可以明顯看出，至少對於數學科來說，這個課程架構是缺乏有效性的，更遑論深度了。再者，以目前既有的「目標為本課程」的基本理論框架而論，根本不可能處理上述數學科特有的問題，這也正好反映出這個被普遍認為是跨科目的課程組織結構可能有其本質上的局限性，或者缺乏考慮些甚麼，又或者偏重考慮了某些特殊科目因而根本不可能適用於所有科目，尤其以數學科為然，矛盾更大。這一系列有關「目標為本課程」的問題，就請課程專家來再跟進討論了。

(\*) 更詳細之討論，請參閱：

Wong, K.M. (1996, June). *Do real-world situations necessarily constitute "authentic" mathematical tasks in the mathematics classroom?* Paper presented at the Mathematics Education Conference: "The Changing Mathematics Curriculum" held at the Department of Curriculum and Instruction, The Chinese University of Hong Kong, 22 June 1996.

\* 上接第 46 頁 \*

- |   |   |                            |
|---|---|----------------------------|
| 21. $3628 + 768 + 3867 = 8263$                      | 22. $613 + 804 + 79508 = 80925$             |                            |
| 23. $9567 + 1085 = 10652$                           | 24. $9486 + 1076 = 10562$                   |                            |
| 25. $6054 + 1720 + 9734 = 17508$                    | 26. $526485 + 197485 = 723970$              |                            |
| 27. $1345 + 1372 + 12 + 7384 = 10113$               | 28. $491814 + 8149 + 254 + 316602 = 816819$ |                            |
| 29. $7659 + 1089 + 1481 + 30 = 10259$               | 30. $286 + 286 = 572$                       |                            |
| 31. $734 + 734 = 1468$                              | 32. $1230 + 259 = 1489$                     |                            |
| 33. $26811 + 4708 = 31519$                          | 34. $1960 + 1572 = 3532$                    |                            |
| 35. $9071 + 846 + 621 = 10538$                      | 36. $29811 + 264 + 471 + 471 = 31017$       |                            |
| 37. $29786 + 850 + 850 = 31486$                     |   |                            |
| 38. $123416 + 123416 + 123416 + 134 + 134 = 370516$ |   |                            |
| 39. $582742 + 272429 + 31650 + 32429 = 919250$      |   |                            |
| 40. $754870 + 73244\Box + 756\Box = 1494870$        |   |                            |
| 41. $85457 + 10355 + 657\Box + 657\Box = 109312$    |   |                            |
| 42. $6570 - 5704 = 866$                             | 43. $1319 - 691 = 628$                      | 44. $54146 - 6764 = 47382$ |
| 45. $(25)^2 = 625$                                  | 46. $7852 \div 4 = 1963$                    | 47. $2 * 14 * 307 = 8596$  |
| 48. $78 \times 52 = 4056$                           | 49. $826 \div 14 = 59$                      | 50. $19775 \div 35 = 565$  |
| 51. $1207 \times 3 = 3621$                          | 52. $37037 \times 3 = 111111$               |                            |
| 53. $90625 \times 90625 = 8212890625$               | 54. $117684 \div 12 = 9807$                 |                            |
| 55. $88368 \div 112 = 789$                          | 56. $10020316 \div 124 = 80809$             |                            |
| 57. $1060392 \div 48 = 22091.5$                     | 58. $10013 \div 124 = 80.75$                |                            |