

歷久常新的智力遊戲—算式謎題

龍德義

今年六月教育署馮漢柱資優教育中心公開招聘兼職導師,職責是設計及講授適合學業成績卓越學生的增益或加深課程。課程的設計需能引起該等學生的學習興趣,並能引導他們進行自學及靈活解決問題。

筆者一直醉心於各類型的智力難題及數學遊戲,多年來不斷搜集,收藏品累積已不少,可惜無暇進行分析和分類工作。這次適逢其會便草擬了計劃書,申請開辦一個名為「破解智力難題」的增益課程。其教學目的主要是透過益智遊戲鍛鍊學生的思考能力及解難技巧,課程完結時,學生應學到如何將問題界定、如何更有效地尋找答案。

根據草擬的教學目標,筆者需選擇一些合適的智力遊戲作為教材。而它們必須是些不太容易解決的問題,但又不止於艱澀難解。而且最理想的是:遊戲規則簡單、解題的技巧不用高深的預備知識。腦海中湧現一大堆選擇遊戲的準則,而第一個被筆者決定採用的是下列這類問題:

給以下算式中每個字母配上適當的數字(0 至 9),使算式成立。

$$\begin{array}{r} \text{DONALD} \\ + \text{GERALD} \\ \hline \text{ROBERT} \end{array}$$

規則: (一)相同字母代表相同數字,不同的字母必須代表不同的數字;

(二)每行最左的數字不能為零。

這類思考題源自英國,起初稱為「cryptarithm」,現改稱為「alphametic」,至今還沒有統一的中文譯名,故此筆者稱它們為「算式謎題」,選擇「算式謎題」作為教材是基於以下數點考慮:

- (一) 遊戲規則十分簡單,參與遊戲者只需要認識加法和簡單的推理便可以。而且並沒有固定的解題方法(例如代數、解方程之類),只要有耐性,學生往往能夠找到解答,從而享受到解題的樂趣。
- (二) 解題似乎可以盲目嘗試。但因盲試會很費時,學生慢慢會發現可以依循某些途徑找尋解答。例如:某字母必為偶數、某欄的和必須進位至左面一欄、某字母必須大於5等等。因此可以訓練學生的推理能力及觀察力。
- (三) 經常需要使用「嘗試—錯誤」的方法解題,這正切合我們日常生活往往都會應用這種「試錯」方法去解決問題。
- (四) 解答往往不只一個,由此讓學生認識到問題可以有多个解答。

目下已編訂的教材包括 58 個算式,以編號分類如下:

- (1) 第 1 至第 22 題為「普通算式」,其中細分為
 - (i) 第 1 至第 8 題為最基本和較淺易,適合初嘗試的學生;

- (ii) 第 9 至第 15 題為中級程度;
- (iii) 第 16 至第 22 題較為艱深,需要耐力。
- (II) 第 23 至第 29 題為「經典算式」,它們大多是著名的謎題,讀者可能已有認識。
- (III) 第 30 至第 41 題為「雙重正確式」,這類算式中除了每字母代表數字能使算式成立,文字意義本身亦使算式「成立」。故稱為「雙重正確式」。
- (IV) 第 42 至第 58 題為特別算式,這裏收集了減法、乘法、除法等不同類型的算式。其中還包括一些中文字的謎題,算式中只有 1 個 8 字,甚至只有 1 個小數點的算式。

為方便讀者了解其中解題的技巧,筆者嘗試在一些題目下面加入自己的觀察。這些觀察並非一定能幫助解題,亦沒有先後次序,只不過可作為一些提示,好讓學生能自行尋得答案。

參考文獻:

1. 尹明、艾克編著 (1987) 智力測驗大全@數學趣題。北京少年兒童出版社。
2. 北京數學奧林匹克學校編 (1987) 小學數學奧林匹克習題與解答。北京師範學院出版社。
3. Ewbank, W.A. (1988) Cryptarithms: Math Made Me Daft, Momma. Mathematics Teacher, January.
4. Kahan, S. (1978) Have Some Sums to Solve — The Compleat Alphametics Book. Farmingdale, NY: Baywood.
5. Wylie, C.R., Jr. (1957). 101 Puzzles in Thought and Logic. New York: Dover Publications Inc.

附錄教材:

算式謎題

遊戲規則:

嘗試將各算式中的每一個字母改為數字令算式成立。但

- (1) 相同的字母代表相同的數字;不同的字母必須代表不同的數字。
- (2) 每行中最左面的數字不能是 0 零;而算式中字母 O 不一定代表數字 0 零。

說明:全盒共有 58 張算式卡。謎題的類型及深淺程度以紙卡的顏色及編號分類:

【卡 1 — 卡 22】為「普通算式」,其中

(卡 1 — 卡 8) 為最基本和較淺易,適合初嘗試者;

(卡 9 — 卡 15) 中級程度;

(卡 16 — 卡 22) 較艱深。

【卡 23 — 卡 29】為「經典算式」,其中全是著名的算式謎題。

【卡 30 — 卡 41】為「雙重正確式」,這類算式中除了每字母代表數字能使算式成立,文字意義本身亦使算式成立,故稱為「雙重正確式」。

【卡 42 — 卡 58】為「特別算式」,這裏收集了減法、乘法、除法等不同類型的算式。

謎題的解答可在卡的背面找到,但解答通常不止一個。

<p>1</p> $\begin{array}{r} A \\ + B \\ \hline CC \end{array}$ <p>*進位 *$10 \cdot A + B \leq 17$ *自由度很大</p>	<p>2</p> $\begin{array}{r} A \\ B \\ + B \\ \hline \Lambda \Lambda \end{array}$ <p>*進位 *重覆 *$A=1, A$ 能否為 2?</p>	<p>3</p> $\begin{array}{r} A \\ B \\ + B \\ \hline CC \end{array}$ <p>*進位 *重覆 *$C=1, C$ 能否為 2? *自由度很大</p>	<p>4</p> $\begin{array}{r} A \\ B \\ + B \\ \hline \Lambda B \end{array}$ <p>*進位 *重覆 *$A=1, A$ 能否為 2?</p>
<p>5</p> $\begin{array}{r} AB \\ + B \\ \hline BA \end{array}$ <p>*A 為雙數 *$B > 5$ *$B = A + 1$</p>	<p>6</p> $\begin{array}{r} DO \\ + GO \\ \hline ON \end{array}$ <p>*N 為雙數 *$O \geq 3$ *自由度很大</p>	<p>7</p> $\begin{array}{r} DO \\ + TO \\ \hline NOT \end{array}$ <p>*N 為 1 *T 為雙數 *自由度很大</p>	<p>8</p> $\begin{array}{r} A \\ I \\ + \Lambda I \\ \hline OOH \end{array}$ <p>*O 為 1 *A 為 9 *$A + 1 + 1 > 20$</p>
<p>9</p> $\begin{array}{r} BOW \\ - WOW \\ \hline DOG \end{array}$ <p>*G 為雙數 *O 為零或 9 *當 O 為零則 $W < 5$ *當 O 為 9 則 $W \geq 5$</p>	<p>10</p> $\begin{array}{r} MOO \\ + MOO \\ \hline GOW \end{array}$ <p>*O 為零或 9? *O 必定為 9 *W 為 8</p>	<p>11</p> $\begin{array}{r} EAT \\ + EAT \\ \hline GAIN \end{array}$ <p>*N 為雙數 *$E \geq 5$ *G 為 1</p>	<p>12</p> $\begin{array}{r} WOOF \\ + WOOF \\ \hline DOGGY \end{array}$ <p>*$O + O < 10$? *$O + O \geq 10$? *D 為 1 *Y 為雙數</p>
<p>13</p> $\begin{array}{r} AAA \\ BBB \\ + CCC \\ \hline DDDX \end{array}$ <p>*D 為 1, $A + B + C = 10$ *D 為 2, $A + B + C = 20$</p>	<p>14</p> $\begin{array}{r} AAA \\ BBB \\ + CCC \\ \hline DEFG \end{array}$ <p>*不重覆, 特別是 $E = F$ *$A + B + C$ 只可為 19</p>	<p>15</p> $\begin{array}{r} DID \\ DID \\ + INN \\ \hline NOID \end{array}$ <p>*$D + N = 10$ *$I + N = 9$ *$N = 1, N$ 能否為 2?</p>	<p>16</p> $\begin{array}{r} GOD \\ + ISL \\ \hline OVE \end{array}$ <p>*God is Love</p>

<p>17</p> $\begin{array}{r} \text{HOT} \\ + \text{DOG} \\ \hline \text{BUN} \end{array}$	<p>18</p> $\begin{array}{r} \text{JOHN} \\ + \text{NYBE} \\ \hline \text{GOOD} \end{array}$ <p>*Johnny be Good</p>	<p>19</p> $\begin{array}{r} \text{MADE} \\ + \text{MEAD} \\ \hline \text{EDAM} \end{array}$ <p>*每行均由 A, D, E, M 組成</p>	<p>20</p> $\begin{array}{r} \text{LIVE} \\ + \text{VILE} \\ \hline \text{EVIL} \end{array}$
<p>21</p> $\begin{array}{r} \text{ENID} \\ \text{AND} \\ + \text{EDNA} \\ \hline \text{DINE} \end{array}$	<p>22</p> $\begin{array}{r} \text{ASK} \\ \text{THE} \\ + \text{RIGHT} \\ \hline \text{THING} \end{array}$ <p>*$I+1 \geq 10$ 或 $I+2 \geq 10$ *故此 $A+T+G=19$, 能否等於 28 或 29?</p>	<p>23</p> $\begin{array}{r} \text{SEND} \\ + \text{MORE} \\ \hline \text{MONEY} \end{array}$	<p>24</p> $\begin{array}{r} \text{SAVE} \\ + \text{MORE} \\ \hline \text{MONEY} \end{array}$
<p>25</p> $\begin{array}{r} \text{SEND} \\ \text{MORE} \\ + \text{GOLD} \\ \hline \text{MONEY} \end{array}$	<p>26</p> $\begin{array}{r} \text{DONALD} \\ + \text{DERALD} \\ \hline \text{ROBERT} \end{array}$	<p>27</p> $\begin{array}{r} \text{MATH} \\ \text{MADE} \\ \text{ME} \\ + \text{DAFT} \\ \hline \text{MOMMA} \end{array}$	<p>28</p> $\begin{array}{r} \text{STEVES} \\ \text{VEST} \\ \text{WAS} \\ + \text{YELLOW} \\ \hline \text{VELVET} \end{array}$
<p>29</p> $\begin{array}{r} \text{HAVE} \\ \text{SOME} \\ \text{SUMS} \\ + \text{TO} \\ \hline \text{SOLVE} \end{array}$ <p>*S 為 1, S 能否為 2?</p>	<p>30</p> $\begin{array}{r} \text{ONE} \\ + \text{ONE} \\ \hline \text{TWO} \end{array}$	<p>31</p> $\begin{array}{r} \text{TWO} \\ + \text{TWO} \\ \hline \text{FOUR} \end{array}$	<p>32</p> $\begin{array}{r} \text{FOUR} \\ + \text{ONE} \\ \hline \text{FIVE} \end{array}$

<p>13</p> $\begin{array}{r} \text{THREE} \\ + \text{FOUR} \\ \hline \text{SEVEN} \end{array}$	<p>34</p> $\begin{array}{r} \text{FOUR} \\ + \text{FIVE} \\ \hline \text{NINE} \end{array}$	<p>35</p> $\begin{array}{r} \text{FIVE} \\ \text{TWO} \\ + \text{ONE} \\ \hline \text{EIGHT} \end{array}$	<p>36</p> $\begin{array}{r} \text{THREE} \\ \text{TWO} \\ \text{ONE} \\ + \text{ONE} \\ \hline \text{SEVEN} \end{array}$
<p>37</p> $\begin{array}{r} \text{FORTY} \\ \text{TEN} \\ + \text{TEN} \\ \hline \text{SIXTY} \end{array}$	<p>38</p> $\begin{array}{r} \text{TWENTY} \\ \text{TWENTY} \\ \text{TWENTY} \\ \text{TEN} \\ + \text{TEN} \\ \hline \text{EIGHTY} \end{array}$ <p>*T+T+T≤9</p>	<p>39</p> $\begin{array}{r} \text{TWELVE} \\ \text{ELEVEN} \\ \text{SIXTY} \\ + \text{SEVEN} \\ \hline \text{NINETY} \end{array}$	<p>40</p> $\begin{array}{r} \text{TWENTY} \\ \text{THREE} \\ : : 10 \text{ 個} \\ \text{THREE} \\ \text{TWO} \\ : : 10 \text{ 個} \\ + \text{TWO} \\ \hline \text{SEVENTY} \end{array}$ <p>*試改寫為</p> $\begin{array}{r} \text{TWENTY} \\ \text{THREE} \\ + \text{TWO} \\ \hline \text{SEVENTY} \end{array}$
<p>41</p> $\begin{array}{r} \text{SEVEN} \\ \text{THREE} \\ \text{ONE} \\ \text{ONE} \\ : : 20 \text{ 個} \\ + \text{ONE} \\ \hline \text{THIRTY} \end{array}$	<p>42</p> $\begin{array}{r} \text{LOVE} \\ - \text{OVER} \\ \hline \text{ALL} \end{array}$	<p>43</p> $\begin{array}{r} \text{NINE} \\ - \text{TEN} \\ \hline \text{TWO} \end{array}$	<p>44</p> $\begin{array}{r} \text{SEVEN} \\ - \text{NINE} \\ \hline \text{EIGHT} \end{array}$
<p>45</p> <p>(HE)² = SHE</p>	<p>46</p> <p>SEND + A = GIFT</p> <p>*九個字母都不相同</p>	<p>47</p> <p>I * AM * NOT = BLUE</p> <p>*…個字母都不相同</p>	<p>48</p> $\begin{array}{r} \text{HE} \\ \times \text{IS} \\ \hline \text{BIG} \\ \text{FOR} \\ \hline \text{TRIG} \end{array}$

<p>49</p> $\begin{array}{r} \text{I S} \\ \text{MY} \overline{) \text{JUG}} \\ \underline{\text{NO}} \\ \text{MUG} \\ \underline{\text{MUG}} \end{array}$	<p>50</p> $\begin{array}{r} \text{BFB} \\ \text{AB} \overline{) \text{CDEEB}} \\ \underline{\text{CEB}} \\ \text{GGE} \\ \underline{\text{GCH}} \\ \text{CEB} \\ \underline{\text{CEB}} \end{array}$	<p>51</p> <p>學而習之 × 勤 勤奮而學</p>	<p>52</p> <p>學習再學習 × 學 優優優優優優</p> <p>*考慮 11111 之因子</p>
<p>53</p> <p>從小愛數學 × 從小愛數學</p> $\begin{array}{r} \text{*****} \\ \text{*****} \\ \text{*****} \\ \text{*****} \\ \text{*****} \\ \text{*****} \end{array}$ <p>***** 從小愛數學</p>	<p>54</p> $\begin{array}{r} \text{* 8 * 7} \\ \text{**} \overline{) \text{*****}} \\ \underline{\text{***}} \\ \text{**} \\ \underline{\text{**}} \\ \text{**} \\ \underline{\text{**}} \\ \text{**} \\ \underline{\text{**}} \\ \text{**} \end{array}$ <p>*某數乘以 8 為兩位數,乘以 9 為三位數</p>	<p>55</p> $\begin{array}{r} \text{* 8 *} \\ \text{***} \overline{) \text{* 8 ***}} \\ \underline{\text{***}} \\ \text{***} \\ \underline{\text{***}} \\ \text{***} \\ \underline{\text{***}} \\ \text{***} \end{array}$ <p>*某數乘以 8 為三位數,乘以 9 為四位數</p>	<p>56</p> $\begin{array}{r} \text{**8**} \\ \text{***} \overline{) \text{*****}} \\ \underline{\text{***}} \\ \text{****} \\ \underline{\text{***}} \\ \text{****} \\ \underline{\text{****}} \\ \text{****} \end{array}$
<p>58</p> $\begin{array}{r} \text{*****.*} \\ \text{**} \overline{) \text{*****}} \\ \underline{\text{**}} \\ \text{***} \\ \underline{\text{**}} \\ \text{***} \\ \underline{\text{***}} \\ \text{***} \\ \underline{\text{***}} \\ \text{**} \\ \underline{\text{**}} \\ \text{**} \\ \underline{\text{**}} \\ \text{***} \\ \underline{\text{***}} \end{array}$	<p>58</p> $\begin{array}{r} \text{***.*} \\ \text{***} \overline{) \text{*****}} \\ \underline{\text{***}} \\ \text{***} \\ \underline{\text{***}} \\ \text{***} \\ \underline{\text{***}} \\ \text{***} \\ \underline{\text{***}} \\ \text{***} \end{array}$		

答案

1. 5 + 6 = 11
2. 1 + 5 + 5 = 11
3. 8 + 7 + 7 = 22
4. 1 + 9 + 9 = 19
5. 89 + 9 = 98
6. 13 + 23 = 36
7. 64 + 84 = 148
8. 9 + 8 + 98 = 115
9. 196 + 696 = 892
10. 199 + 199 = 398
11. 627 + 627 = 1254
12. 7443 + 7443 = 14886
13. 555 + 666 + 999 = 2220
14. 888 + 777 + 444 = 2109
15. 878 + 878 + 722 = 2478
16. 263 + 415 = 678
17. 625 + 123 = 748
18. 3824 + 4061 = 7885
19. 1692 + 1269 = 2961
20. 8019 + 1089 = 9108

* 下接第 52 頁 *