

## 正方體展開圖的另一課

陳麗萍  
英華小學

### 引言

筆者於上年度任教五年級，面對「正方體展開圖」時，參考了馮振業、葉嘉慧（2004）的設計，與學生進行活動及討論，效果十分理想，惟因課時的不足，未能進行更深層的討論：將展開圖摺成一個正方體時，邊與邊如何配對接合。這對筆者來說，一直耿耿於懷。

幸好，到今年學生升上六年級，筆者仍可繼續任教上年度的那一班，能與學生一起再「探究及設計柱體的摺紙圖樣」（香港課程發展議會，2000，44 頁）。既然要探究其他柱體的摺紙圖樣，不妨承接上年度的進度，完成上述未了的心願。因此，筆者準備了一張有九個正方體展開圖的工作紙（附件），著學生把展開圖摺成一個正方體時，以相同的顏色或字母標示將配對接合的邊。這項活動對不少成年人而言亦有一定困難，筆者期望這種具挑戰性的活動，能有助提升學生的空間感，間接地幫助探究其他立體圖形的摺紙圖樣。為此，筆者只是隨意選取八種正方體展開圖，並將其中一個旋轉一個直角後再重置，讓學生從不同的角度去完成。

### 學生表現

為了掌握學生已有知識的狀況，筆者先行向學生提問正方體展開圖有多少個的問題。學生都能將約半年前的學習內容重新演示一次，而且這次解說者是學生自己，表現令人放心。

學生接過工作紙時，均能輕易發現在展開圖中的「L」位（其中一名學生提出，他指的是凹陷的「L」位，其他很快便能明白並接續討論），邊與邊是必然接合的（圖一）。

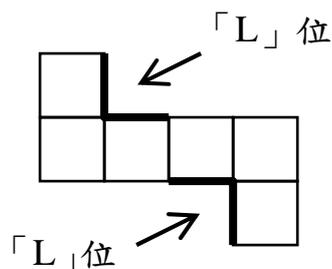


圖 一

完成工作紙後，學生以不同的顏色粉筆將其結果畫在黑板上。經互相核對證實，學生的答案大都是全對的。接著，學生提出以下的發現：

- 找出一個「L」位，「L」位的邊與邊會互相接合在一起，然後由「L」位的兩邊分別出發向外移動，兩端連接的第一邊必定互相接合，接下去兩端再向外移的一邊又必定是互相接合，如此類推，如圖二中，相同英文字母表示接合的邊。

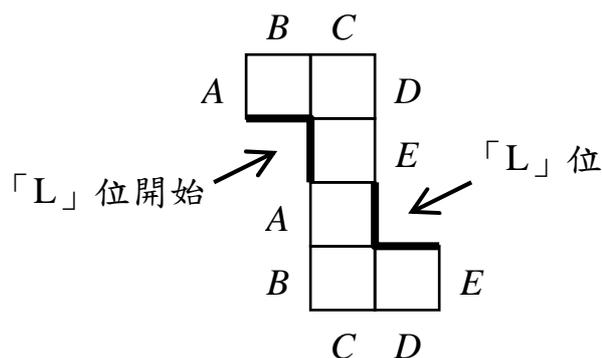


圖 二

雖然學生並未在意指出分別從圖二的兩個「L」位開始推論，結果都是一樣，算是有欠周詳，但這個發現已令全班為之振奮，各人立即以工作紙上其他的展開圖上進行檢驗。不久，有學生發現上述說法並不適用於全部展開圖。正當大家七嘴八舌地數說不適用的那幾個展開圖的時候，又有學生將發現修正如下：

- 如果展開圖當中多於兩個「L」位，當遇到另一「L」位時，可以跳過不理（而「L」位兩邊必須接合）。如圖三所示。

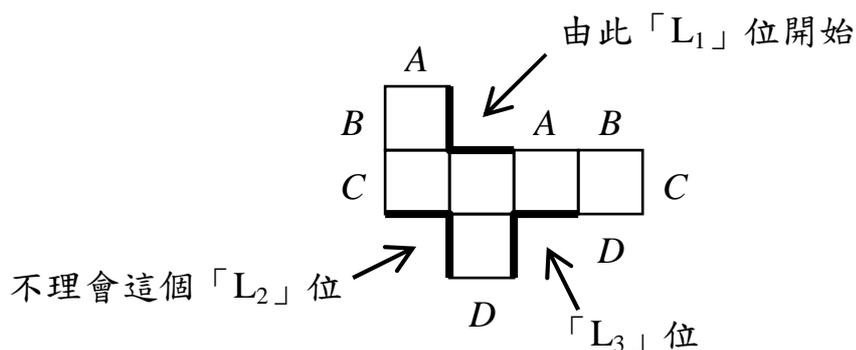


圖 三

對於這個修正，各人自然不敢怠慢，馬上進行檢驗，隨即發現在圖三的展開圖中，如由「 $L_2$ 」位出發，是不能依照上述方法完成的。就在此時，另一個學生又作出進一步的修正：要選擇作為開始的「 $L$ 」位時，不能選擇一開始兩端立即轉一個直角的。換言之，可以選擇「 $L_1$ 」位或「 $L_3$ 」位，但不可選「 $L_2$ 」位。在這緊張關頭，各人都小心翼翼地進行檢驗，當發現這是一個適用於工作紙上全部展開圖的修正，大家都欣喜若狂。

### 結語

雖然由原本預算一節課的課時，變成最後花了約五十分鐘，但想到學生激辯至下課時，還意猶未盡地討論着，心情難免激動不已。縱然超時，也覺值得。當學生不停地假設、檢驗及修正，正好反映他們對正方體展開圖的掌握。不過，若不是課時所限，學生應將全數十一種正方體展開圖進行檢驗，屆時他們不難發現有關結論是不符合圖四的，圖中「 $C$ 」邊不能與「 $D$ 」邊接合。

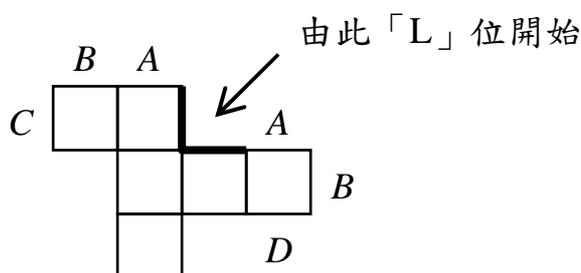


圖 四

如果對正方體小心檢視，就會發現應這樣表達：從一對相鄰而接合的邊開始分別往外移，只要一邊在直線上走，而另一邊轉一直角，我們便可確定此兩邊接合。同理適用於其後的每一對邊。這條件使我們能從圖四的

「L」位推論 *A* 接合（右邊走直，左邊拐彎）、*B* 接合（右邊拐彎，左邊走直），卻不能推論 *C* 與 *D* 接合（因兩邊拐彎）。

在整個探究過程之中，學生不停觀察，提出猜想，然後細心驗證。這些都是全世界教育改革務求培育學生的高層次能力。美中不足的地方，就是工作紙並未把全數十一個正方體展開圖列出，令學生被不完整的資料或情景導致走了岔路。正如學生的卓越表現一樣，都是始料不及的。

本文承蒙馮振業博士提供寶貴意見，謹此致謝！

### 參考資料

香港課程發展議會（2000）。《數學課程指引（小一至小六）》。香港：教育署。

馮振業、葉嘉慧（2004，6月）。數學化教學：空間觀念的培養。載鄧幹明、黃家樂、李文生、莫雅慈（編）。《香港數學教育會議—2004 論文集》（頁 89—96）。香港：香港大學教育學院。（後收入吳丹（編）（2007）。《小學數學教育文集：理論與教學經歷的凝聚》（頁 188—199）。香港：香港數學教育學會。）

作者電郵：pansyclp@yahoo.com.hk

## 《立體圖形》課堂活動工作紙

如果把以下的展開圖摺成一個正方體，哪些邊要連接在一起呢？把相連的邊填上相同的記號（顏色或符號）。

