

分數教學的一個難點

周惠英 聖公會蒙恩小學下午校
馮振業 香港教育學院數社科技學系

最近在一個交流講座上，聽到一則有關分數教學的故事：

故事一

教師向學生講解如何找出 $\frac{4}{5}$ 的 $\frac{2}{3}$ 。先出示圖一的透明膠片，表示 $\frac{4}{5}$ ，然後拿出如圖二的，塗了不同顏色的透明膠片，覆疊圖一，得出圖三。接著問：「看著圖三，可知 $\frac{4}{5}$ 的 $\frac{2}{3}$ 是多少？」學生茫無頭緒地回應：「應看哪一部分？」

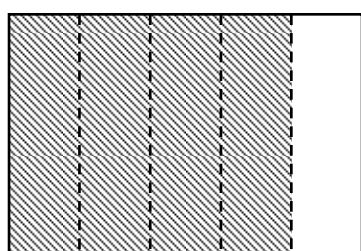


圖 一

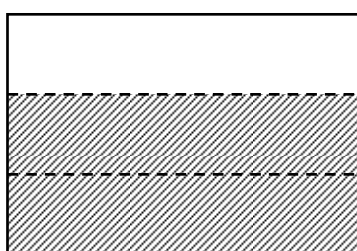


圖 二

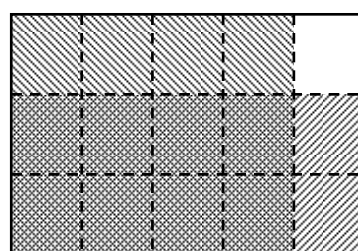


圖 三

另一分數教學事件，可以拿來跟上面的比較一下：

故事二

教師問：「怎樣可以把 3 張紙均分 5 份？」學生想出分別把每張均分 5 份的方法，亦即把 3 張紙疊起來均分 5 份，於是黑板便出現了圖四。

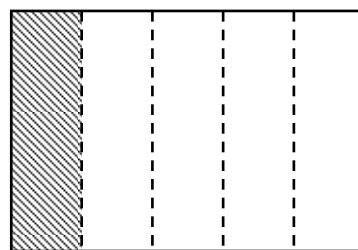
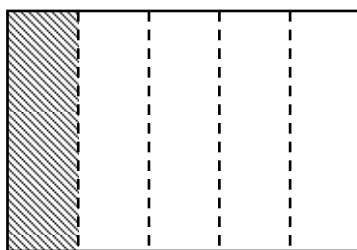
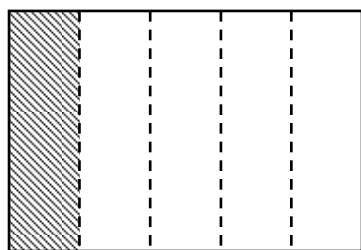


圖 四

教師接著問：「每份有多少？」有學生帶點猶豫地說：「15 …」驚覺混淆可能已經出現，教師隨即改口：「每份有多少張紙？」學生馬上答說：「 $\frac{3}{5}$ 張紙。」

上面兩個例子，儘管技術細節不同，實質卻是指向分數教學上的同一盲點：省略了的單位。在整數的應用情境，每個數的後面，通常都有一個單位（厘米、個、升、秒、元等等）。相反地，在分數的應用情境，很多時是看不見單位的。例如在「一杯水喝去 $\frac{5}{6}$ 」和「18 粒糖的 $\frac{2}{3}$ 是 12 粒糖」之中， $\frac{5}{6}$ 和 $\frac{2}{3}$ 後面都沒有單位。不少人著力講解甚麼是「整體」，問些諸如「整體 1 代表甚麼」的問題。於是在「杯」和「粒」之外，彷彿好像又有些叫「整體」的東西。

其實只要堅持分數和整數的後面都必須有單位，很多有關分數的教學問題就不會出現！試想，「6 西瓜」到底代表「6 片西瓜」、「6 個西瓜」，還是「6 打西瓜」？同理，「 $\frac{5}{6}$ 西瓜」是「 $\frac{5}{6}$ 片西瓜」、「 $\frac{5}{6}$ 個西瓜」，還是「 $\frac{5}{6}$ 打西瓜」？沒有了「片」、「個」、「打」等量詞，無論放了個整數或分數，依然無法精確表達所指的數量。在「一杯水喝去 $\frac{5}{6}$ 」之中， $\frac{5}{6}$ 的單位是「杯」；而在「18 粒糖的 $\frac{2}{3}$ 是 12 粒糖」之中， $\frac{2}{3}$ 的單位是「堆」（姑且自設，實指 18 粒糖組成的一堆糖）。如果在分數學習的初段，學生已適應了必須附有單位，那麼「18 粒糖的 $\frac{2}{3}$ 是 12 粒糖」的正確表達方法便會是「一堆糖有 18 粒， $\frac{2}{3}$ 堆糖便有 12 粒」。當然，學生必須熟知前者是後者的另一種表達方式，不同之處在於前者把「堆」這個單位隱藏了。

抓緊了單位，要解讀上述兩則教學事件便不再困難。故事一的操作，其實是要找 $\frac{4}{5}$ 張紙（圖一的整個矩形）的 $\frac{2}{3}$ 是多少張紙。更好一點

(也更累贅一點) 表達, 就是: 「以 $\frac{4}{5}$ 張大紙 (圖一的全整矩形) 作為 1 張小紙 (圖一的陰影部分), $\frac{2}{3}$ 張小紙是多少張大紙?」由於問題涉及兩種單位, 若不能在每一步工作都清楚說明, 混淆在所難免。故事一的教師, 把一個表示 $\frac{2}{3}$ 張大紙的透明膠片覆疊在一個表示 $\frac{4}{5}$ 張大紙的圖一之上, 明顯與問題原意不符, 難怪學生茫無頭緒。正確的做法是先塗出圖一的陰影部分 (即 1 張小紙) 的 $\frac{2}{3}$ (圖五), 然後再探討深色陰影部分 (即 $\frac{2}{3}$ 張小紙) 是多少張大紙。為了讀出深色陰影部分是整張紙 (大紙) 的幾分之幾, 有需要把格線延長至矩形的邊界 (圖六), 接著便可輕易讀出 $\frac{8}{15}$ 。同理, 故事二的教師面對的也是單位混淆的問題, 只要釐清了單位, 混亂隨即一掃而空。要令學生更清楚, 可窮追學生說的「15」, 是否指 $\frac{3}{15}$? 若是, 那麼它的單位又是甚麼?

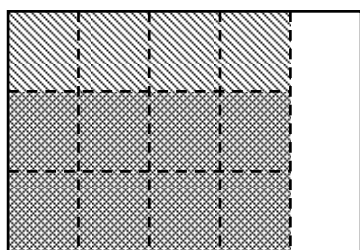


圖 五

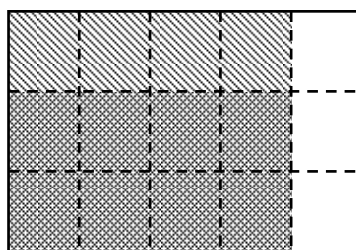


圖 六

要循這種抓緊單位的布局入手教授分數, 於小三分數認識一章便要讓學生做一些補回單位練習, 以下是一個例子:

$\frac{1}{4}$ 包彈珠的數量, 就是 1 包彈珠均分 4 份, 其中 1 份的數量。如果 1 包彈珠有 20 枚, $\frac{1}{4}$ 包彈珠就有 _____ 枚, 也可以說 20 枚彈珠的 $\frac{1}{4}$ 就是 _____ 枚彈珠。

首作者電郵: fannychow@sinahappy.com