創設問題情境，讓數學課堂充滿生命活力

官林清
江蘇省南京市陶吳中學

現代社會是知識爆炸的時代，教育的首要目的是「教會學生思考」，著力於組織學生的認知活動，激發他們自身的積極性，促進求知興趣和獨立精神的發展，使學生的獲取知識能力、再發展能力、創造能力，得到長遠發展。

學生的認知具有情境關聯性，數學課堂教學中教師若能抓住時機，設疑導學，就能激發學生的自學興趣和求知欲望。故問題的設置應有助於開啟學生的思緒，引發他們的想象，並能激發學生探究的欲望。教師要善於創設條理明晰、合乎邏輯和符合學生認知心理特點的問題情境，在學生和問題之間架起一座橋樑。

1、創設懸念型思維情境，引導學生主動參與

「懸念」是一種欲知不得、欲罷不能的心理。懸念可使學生注意力集中，心情迫切，豐富想像。在數學教學中，巧妙設置懸念，能使學生對所學物件產生「疑而不解，又欲解之」的強烈求知欲望，而這種活化了的認知潛能，能激發出極大的學習興趣，使學生積極感知學習物件。

例如，在引入複數前，可先讓學生考慮如下問題：已知 $a+\frac{1}{a}=1$，求 $a^2+\frac{1}{a^2}$ 的值。學生覺得很容易，立即動手，得到 $a^2+\frac{1}{a^2}=\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2=1-2=-1$，但立刻又對結果產生困惑，$a^2+\frac{1}{a^2}$ 怎麼會小於 0 呢？此時，教師指出：$a+\frac{1}{a}=1$ 實際上沒有實數根，大家學了複數後就理解了，那麼複數是怎樣一種數呢？這就誘發了學生心理上的懸念，使其興趣盎然，求知的熱情油然而生。另外，我們在授課過程中、授課結束時，也可適當製造一些懸念來激發學生的學習興趣，啟發學生的思維。

2、創設實驗型思維情境，引導學生主動參與

動手實驗能直接刺激大腦進行積極思維，它不但能幫助學生理解所學的概念，還能讓學生通過親身實踐真切感受到發現的快樂。因此，在數學教學中，教師應盡可能為學生提供概念、定理的實際背景，設計定理、公式的發現過程，讓學生的思維能夠經歷一個從模糊到清晰、從具體到抽象、從直覺到邏輯的過程。在由直觀、粗糙向嚴格、精確的追求過程中，使他們體驗數學發展的過程，領悟數學概念、定理的根本思想，掌握定理證明過程的來龍去脈，增強數學學習的自覺性，使學生在對概念形成過程的分析中，在對公式、定理的發現過程的總結討論中，提高主動參與的機會，以使學生在「做數學」的過程中啟迪思維、突破教學難點。

例如，在線面垂直的判定的教學中，教師可拿出課前準備好的三角形紙片，一邊示範一邊要求學生動手操作。

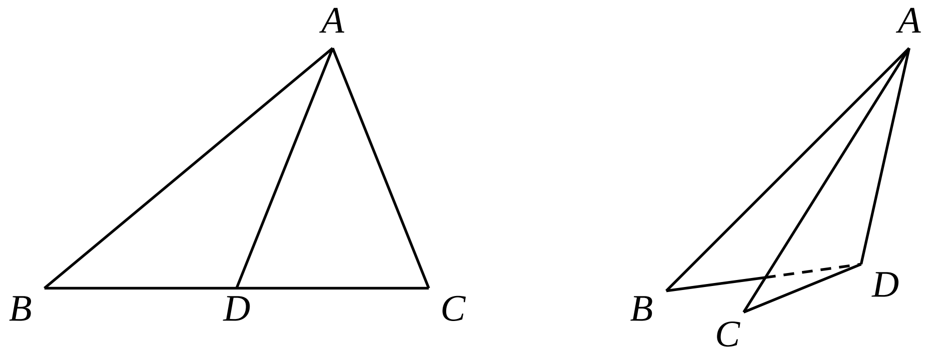

圖　1

過頂點 A 翻折該紙片得到折痕 AD，將翻折後的紙片豎起放置在水平的桌面上（圖 1），並請學生觀察：折痕 AD 與桌面垂直嗎？

又如何來翻折 AD 才能夠與桌面垂直？在動手操作的過程中，學生很容易發現：當且僅當折痕是邊 BC 上的高，這樣翻折之後豎起折痕不偏不倚地站立著，即 AD 與桌面垂直（圖 2）。

這又是為什麼呢？這樣教學就自然而然地進入到了一個對「數學問題」的討論：由 $AD \perp BC$，翻折之後這一垂直關係是一個不變關係，即在翻折後的圖形中仍有 $AD \perp CD$ 且 $AD \perp BD$。這樣看來，似乎應有以下結論：AD 與平面 α 內的兩條相交直線垂直，則 $AD \perp \alpha$。這不就是線面垂直的判定定理嗎？

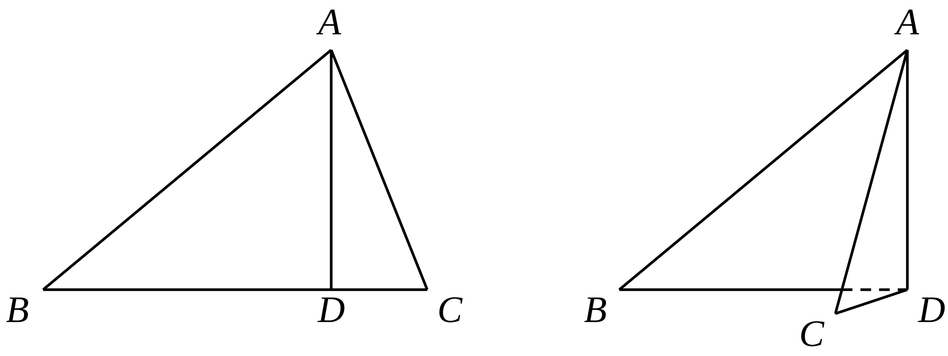

圖　2

那麼能不能再退一步，即折痕 AD 與桌面上的一條直線垂直，是否足以保證 $AD \perp \alpha$？讓學生再動手試一試看：我們將折紙展平並讓它豎起來，發現儘管有 $AD \perp BC$，但紙張並不能穩穩地豎立在桌面上，看來 AD 至少要與平面 α 內的兩條相交直線垂直，才有 $AD \perp \alpha$。

這樣，通過學生自己的動手操作，親身體驗，自主探索，一個抽象的數學定理直觀地展示在了面前，而不再是從魔術師的帽子中突然蹦出的一隻兔子。

3、創設反思型思維情境，引導學生主動參與

反思是指自覺地對數學認知活動進行考查、分析、總結、評價、調節的過程，是學生調控學習的基礎，是認知過程中強化自我意識、進行自我監控、自我調節的主要形式。荷蘭著名數學教育家弗賴登塔爾指出：反思是數學思維活動的核心和動力。因此，在數學教學中，教師可通過創設反思型思維情境來引導學生從新的角度，多層次、多側面地對問題及解決問題的思維過程進行全面的考察、分析與思考，從而深化對問題的理解，揭示問題本質，探索一般規律，並進而產生新的發現。

例如，在橢圓第二定義的教學中，高中數學新教材第二冊（上）第 100 頁到 101 頁是這樣給出的：

例 4：點 $M(x, y)$ 與定點 $F(c, 0)$ 的距離和它到定直線 $\ell: x = \dfrac{a^2}{c}$ 的距離的比是常數 $\dfrac{c}{a}$ $(a > c > 0)$，求點 M 的軌跡。

解：設 d 是點 M 到定直線 ℓ 的距離，根據題意，所求軌跡就是集合 P

$= \{ M: \dfrac{|MF|}{d} = \dfrac{c}{a} \}$，由此得 $\dfrac{\sqrt{(x-c)^2+y^2}}{|\frac{a^2}{c}-x|} = \dfrac{c}{a}$ 。

將上式兩邊平方，並化簡，得 $(a^2-c^2)x^2 + a^2y^2 = a^2(a^2-c^2)$。

設 $a^2-c^2=b^2$，就可化成 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b>1)$。

這是橢圓的標準方程，所以點 M 的軌跡是長軸、短軸長分別為 $2a$、$2b$ 的橢圓。

由例 4 可知，當點 M 與一個定點的距離和它到一條定直線的距離的比是常數 $e = \dfrac{c}{a}$ $(0<e<1)$ 時，這個點的軌跡是橢圓。

這種方式給出橢圓的第二定義，會使學生感到困惑：為什麼會在橢圓外出現這樣一條直線？怎麼會想到用這種方式給橢圓下定義呢？用其他的方式來定義行嗎？還存在第三定義嗎？不管教師怎樣講，學生都是難以實現知識的同化和順應的。為了突破這個教學難點，教師可引導學生對橢圓的標準方程的推導過程進行反思和探索。

先讓學生觀察橢圓標準方程的推導過程（教科書上可以查閱，或讓學生回憶），從方程 $a^2-cx = a\sqrt{(x-c)^2+y^2}$ 入手，提出問題：此等式除了平方外，還可以如何變形？

很自然有同學給出 $\sqrt{(x-c)^2+y^2} = a-\dfrac{c}{a}x$ ，即 $\sqrt{(x-c)^2+y^2} = \dfrac{c}{a}(\dfrac{a^2}{c}-x)$。變形得 $\dfrac{\sqrt{(x-c)^2+y^2}}{|x-\frac{a^2}{c}|} = \dfrac{c}{a}$ 。

再讓學生閱讀課本第 100 頁中例 4 的解答，這樣學生就能自然地接受橢圓的第二定義，同時對準線也有了清晰的認識。教師抓住時機，接著提出以下研究課題：

(1) 由橢圓第二定義推導焦半徑公式；

(2) 橢圓有第一、第二定義，是否還可以挖出一個第三定義呢？

這樣，通過反思使學生不僅牢固地掌握了基本知識，還讓學生獲得了親身經歷實踐的體驗和感悟。

4、創設試誤型思維情境，引導學生主動參與

美國心理學家桑代克以「刺激反應聯結」和「試誤」為主要特色的學習理論認為，學習就是形成一定的「刺激 — 反應聯結」。而這種聯結主要又是通過試誤建立的，即在重複的嘗試中，錯誤的反應逐漸被擯棄，正確的反應則不斷得到加強，直至最後形成固定的「刺激 — 反應聯結」。因而，學習是一種試誤的過程，教學是一種行為不斷修正的過程。因此，在數學教學中，教師可針對學生對某些概念、法則、定理等理解不夠全面透徹，有的放矢地選編一些具有迷惑性的問題，通過創設試誤型思維情境，讓學生在「落入」和「走出」誤區的過程中，吃塹長智，這樣既能提高學習效果，又能優化學生的思維品質。

例如，在講定義法求軌跡時，可讓學生嘗試著考慮以下問題：

到定點 $(1, 1)$ 的距離與到定直線 $x + 2y = 3$ 的距離相等的點的軌跡為

A. 橢圓　　B. 雙曲線　　C. 拋物線　　D. 直線

幾乎所有的學生認為答案為 C，此時，教師指出答案是錯誤的，學生均感意外，這時學生注意力處於高度集中的狀態，他們急切地想知道「為什麼？」這時教師再講解，則效果大增。通過這樣有針對性地布設「陷阱」，克服了教學中千篇一律、死板空洞的說教，讓學生在摔打中經受鍛練和考驗，使學生在「上當」中領悟真諦，從而提高分析問題、解決問題的能力。

總之，在數學教學中，教師若能夠千方百計為學生創設各種問題情景，營造出積極思考的教學環境，對學生學習興趣的激發，思維能力的培養，全面素質的提高將起到重要的作用。

參考文獻

[1] 任樟輝（1996）。《數學思維論》。廣西教育出版社。

[2] G. 波利亞著，閻育蘇譯（1982）。《怎樣解題》。科學出版社。

作者電郵：guanlinqing@hotmail.com