

## 蘋果棋與心算

黃志華

在本刊的第九期（九九年十二月號），筆者已曾在這裡為文談及過蘋果棋（文章的標題是「邊緣張望二題」<sup>(\*)</sup>），認為很適合小朋友學，而學棋的過程，會同時觸及不少數學概念。

時隔數年，筆者發覺這種棋戲在網上更見受歡迎，雖然，這種棋戲的電腦程式已發展至可以擊退任何人類高手，但並不減人們下這種棋的樂趣，相反，很多人正因為通過這些棋力強橫卻可以在網上共享的電腦程式來學弈，棋力增加得很快，真真正正領略到下這種棋的樂趣和奧妙。事實上，有關這種棋戲的理論，這幾年也有很多新發展呢！故此，筆者不辭淺陋，在這裡再次為文，談談蘋果棋與心算的密切關係。

為了省篇幅，筆者假定讀者都已讀過上面所提及的第九期的那篇文章，而且都已清楚蘋果棋的下棋規則。當然，讀者也可以通過下面的網頁去初步認識蘋果棋（注意：在許多國家，蘋果棋的正式名字是 **Othello** 或 **Reversi**，而在香港和內地的棋手，更傾向於把這種棋喚作「黑白棋」）：

網頁一：<http://www.othello.org.hk/>

網頁二：<http://www.othello-china.com/>

網頁三：<http://www.reversi.se/>

跟很多棋類一樣，一局只有六十手的蘋果棋可分開局、中局和終盤三個階段，其中終盤階段通常可從第四十來手算起。

一局蘋果棋越近結束，一種名為「偶數理論」的現象就越見左右局勢。那麼甚麼是「偶數理論」？

簡單地說，就是在某一區域，要是未下棋子的空格個數是偶數，則往往是先下者不利，後下者有利。比方說，在這個區域，只有兩個空格尚未

---

(\*) 編者按：讀者可到以下網址重閱有關文章的內容：

<http://www.hkame.org.hk/EduMath/edumath.htm>

下子，而這兩個空格是雙方都可以下的，那麼，先下者的棋子會有不少將被後下者翻回去，而先下者再沒有機會在這個區域翻棋子了。

這種「偶數理論」，有時在中局階段也能發揮作用的，但詳情就不在這裡說了。

顯然，要下好蘋果棋，首先就需要時常盤算棋盤上各個區域的奇偶變化，看看能否為我方所用。

下蘋果棋，最後是以棋盤上的棋子數目來判勝負的，所以，很多初學者往往一開局便很注意棋子數量的變化。其實，這是沒有必要的，只有到了終盤階段，棋子的數量才真的需要關注。也有人研究過怎樣可以快一點數算棋盤上的棋子數目。讀者有興趣的話，可以到網上看看這個網址上的文章：<http://www.othello.cn/bbs/viewthread.php?tid=6798>。事實上，在終盤階段，不僅要擅於快速地數算棋盤上的棋子，也要學會計算雙方來回幾手棋後的子數損益，而這種子數損益的計算，是會涉及正負數的。如果讓小學生去學下蘋果棋，無異是很自然而然的讓他們習慣正負數的計算。

這裡，試舉個實例來說明子數損益的計算。

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	○	□	○	○	○	○	□	○
2	○	○	○	○	○	○	□	○
3	○	●	○	●	○	○	●	○
4	○	●	●	○	●	●	○	○
5	○	●	●	○	●	○	○	○
6	○	●	●	●	○	○	●	○
7	○	○	●	●	●	●	●	○
8	○	○	○	○	○	○	○	○

圖一：輪由黑方下子

看看圖一，輪由黑方下棋，由於現時棋盤上尚有三個空格，而黑方三個空格都能下子。那麼下這三格的子數損益會一樣嗎？實際是這樣算的：

其一、黑首先下 B 1 格，白接著只可以下 G 2，最後由黑下 G 1。當黑下 B 1，共增加三顆黑子，白下 G 2，黑子有一顆被翻回去，最後黑下

G 1，又新增加十二顆黑子。所以，這三手棋黑方的子數損益是： $3 - 1 + 12 = 14$ ，即這樣下了三手棋後，黑將共增加十四顆棋子。

其二、黑首先下G 1格（共增加四顆棋子），白接著只可以下G 2格（黑方有兩顆棋子被翻回去），最後由黑下B 1格（黑棋新增七顆）。這樣下出的三手棋，黑方的子數損益將是： $4 - 2 + 7 = 9$ 。

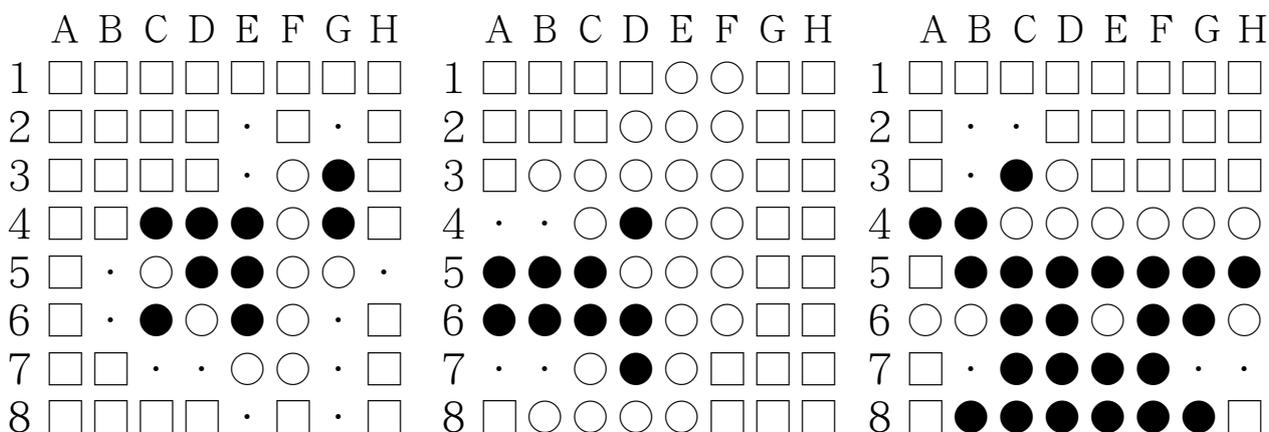
其三、黑首先下G 2格，白接著只可以下G 1格，最後由黑下B 1格。這樣下出的三手棋，黑方的子數損益將是： $2 - 2 + 3 = 3$ 。

這樣計算過後，可知黑棋應選擇第一種走法，最後可增加十四顆棋子，加上圖一盤面上的十九顆棋子，共三十三顆棋子，棋子數目剛好超過六十四的一半，險勝白方。

圖一這個例子，幸運地不涉負數，但實際上子數損益的計算碰上負數的時候是很普遍的。

剛才在上文說過：「很多初學者往往一開局便很注意棋子數量的變化。其實，這是沒有必要的……」那麼，在開局至中局階段，應該以甚麼作為角逐的目標呢？接近年的理論，雙方要爭奪的是較多的活動空間以及較均勻的活動範圍。

活動空間，是指能下子的空格的數目；活動範圍，是指這些能下子的空格在棋盤上的分佈情況。我們來看看下面幾幅圖：



圖二：輪由黑下

圖三：輪由白下

圖四：輪由白下

在圖二至圖四裡，我們用·來表示某方能下子的空格。

在圖二，輪由黑方下子，可下子的格數是 12，而這十二個格子在棋盤上的分佈也算是均勻的。

在圖三，輪由白方下子，可下子的格數只有 4，而這四個格子都偏於棋盤的左側，活動範圍明顯受到很大的局限。

在圖四，輪由白方下子，可下子的格數只有 6，幸而這六個格子在棋盤上的分佈還算均勻，但活動空間畢竟是略少了。

可以這樣說，蘋果棋的開局和中局，任務就是努力使對手的活動空間越來越少，活動範圍也越來越局限於棋盤某一兩個小區域。事實上，當活動空間充裕的時候，好格子和壞格子都不少，下出壞棋的機會較少；當活動空間太少，壞格子往往會比好格子多，這樣，下壞棋的機會就會倍增。

近年，一種名為「散度理論」的論述給開發出來，旨在幫助棋手以量化的方法來判斷中局裡好棋步之所在。由於是量化的方法，自然也就涉及計（心）算。下面首先簡單地介紹一下「散度」的概念。

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	□	□	□	□	□	□	□	□
2	□	□	□	□	□	□	□	□
3	□	□	●	●	□	□	□	□
4	□	●	●	●	○	○	□	□
5	□	○	●	●	○	○	○	□
6	□	●	●	●	○	○	□	□
7	□	□	●	●	○	○	□	□
8	□	□	□	□	□	○	□	□

圖五：輪由白方下子

圖五裡，D 3 這顆黑子，相鄰的格子尚有四個空格，所以它的散度是 4。G 5 這顆白子，相鄰的格子尚有五個空格，所以它的散度是 5。D 5 這顆黑子，相鄰的格子沒有一個是空格，所以它的散度是 0。

同理，B 5 格白子的散度是 3，E 6 格白子的散度是 0。

明白了甚麼是散度之後。我們還要明白，我們每下一手棋，把對方若干顆棋子翻過來，就相當於把這些被翻棋子的散度吞吃了。舉個例說，圖

五是輪由白方下棋。假如白方下 A 4 格，把 B 4、C 4 和 D 4 格三顆黑棋翻成白棋，由於 B 4 格黑子的散度是 4，C 4 格黑子的散度是 1，D 4 格黑子的散度也是 1，於是，白這一手棋吞吃下的散度是  $4 + 1 + 1 = 6$ 。

白要是下 A 4 格，改下 A 6 格，據同樣的道理，不難算得這時吞下的散度是 5。為了方便分析，人們還引入了「散度場」，下面的圖六，就是圖五的局勢中，白要面對的「散度場」：

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	□	□	□	□	□	□	□	□
2	□	□	□	□	5	□	□	□
3	□	□	●	●	□	□	□	□
4	6	●	●	●	○	○	□	□
5	□	○	●	●	○	○	○	□
6	5	●	●	●	○	○	□	□
7	□	□	●	●	○	○	□	□
8	□	□	3	□	4	○	□	□

圖六：輪白方下，白方面對的散度場

在圖六中，E 2 格的 5 表示白要是下 E 2 格，吞下的散度將是 5。同理，E 8 格的 4 是表示白要是下 E 8 格，吞下的散度將是 4，…… 如此類推。通常，這種散度場只標出吞下散度較小的格子便夠，因為吞下散度太大的格子，通常是壞格子，也就不必多考慮了。

散度理論有幾個原則：

其一、我方下了一手棋後，最好能使對手面對一個偏大的散度場。

其二、要是某兩個格子下了之後，對方的散度場相差不大，則我方選散度吞下較小的一格來下子。

其三、我方下棋吞下的散度為正數，對方下棋吞下的散度為負數，最理想的下法是下若干手之後，我方的散度累積最小（按：這裡是指對幾種棋路變化的比較而言，每個變化都有它的散度累積，選擇累積最小的）。

由於篇幅所限，這裡只能約略說說第一個原則。

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	□	□	□	□	□	□	□	□
2	□	□	□	□	□	□	□	□
3	□	□	□	□	○	□	□	□
4	□	□	○	○	○	○	□	□
5	□	□	●	○	○	○	○	□
6	□	□	□	●	○	○	●	●
7	□	□	□	□	●	○	□	□
8	□	□	□	□	□	○	□	□

圖七：輪由黑方下子

如圖七，輪由黑方下子。黑方比較好的選擇有以下三格：E 8、G 4和H 5。

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	□	□	□	□	□	□	□	□
2	□	□	□	□	□	□	□	□
3	□	□	□	□	○	□	□	□
4	□	□	○	○	○	○	□	□
5	□	□	●	○	○	○	○	□
6	□	□	□	●	○	○	●	●
7	□	□	3	□	●	●	□	□
8	□	□	□	4	●	○	2	□

圖七A：黑下E 8後  
白面對的散度場

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	□	□	□	□	□	□	□	□
2	□	□	□	□	□	□	□	□
3	□	□	□	□	○	□	□	5
4	□	□	○	○	○	○	●	7
5	□	□	●	○	○	○	●	5
6	□	□	□	●	○	○	●	●
7	□	□	3	☆	●	○	□	□
8	□	□	□	□	3	○	□	□

圖七B：黑下G 4後  
白面對的散度場

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	□	□	□	□	□	□	□	□
2	□	□	□	□	□	□	□	□
3	□	□	□	□	○	□	□	□
4	□	□	○	○	○	○	1	2
5	□	□	●	●	●	●	●	●
6	□	□	□	●	○	○	●	●
7	□	□	3	□	●	○	□	□
8	□	□	□	□	3	○	□	□

圖七C：黑下H 5後  
白面對的散度場

比較上面的圖七A至圖七C，當是圖七B中白面對的散度場為最是偏大，而當中的D 7格（有☆號的那一格），黑要是有機會能下，所吞下的散度只有1，是很理想的後著。作了這樣的比較，按先前說的第一個原則，三個格子黑方是應該選下G 4的。

再舉個例，以圖六的局勢來說，白方較佳的選擇應是A 6、C 8和E 8。

雖然白下A 6格所和下的散度是5，比下C 8多吞了兩個散度從上面的圖六A至圖六C的比較，白下A 6使黑面對的散度場最是偏大，所以，

按原則一，白應下A 6。

	A	B	C	D	E	F	G	H		A	B	C	D	E	F	G	H		A	B	C	D	E	F	G	H
1	□	□	□	□	□	□	□	□	1	□	□	□	□	□	□	□	□	1	□	□	□	□	□	□	□	□
2	□	□	□	□	□	□	□	□	2	□	□	□	□	□	□	□	□	2	□	□	□	□	□	□	□	□
3	□	□	●	●	□	2	□	□	3	□	□	●	●	□	2	□	□	3	□	□	●	●	□	2	□	□
4	3	●	●	●	○	○	□	□	4	□	●	●	●	○	○	□	□	4	□	●	●	●	○	○	□	□
5	5	○	●	●	○	○	○	□	5	3	○	●	●	○	○	○	□	5	3	○	●	●	○	○	○	□
6	○	○	○	○	○	○	□	□	6	□	●	●	●	○	○	□	□	6	□	●	○	●	○	○	□	□
7	□	□	●	●	○	○	□	□	7	□	□	●	○	○	○	□	□	7	□	□	●	○	○	○	□	□
8	□	□	□	□	□	○	□	□	8	□	□	○	2	2	○	□	□	8	□	□	□	2	○	○	□	□

圖六A：白下A 6後  
黑面對的散度場

圖六B：白下C 8後  
黑面對的散度場

圖六C：白下E 8後  
黑面對的散度場

從這兩個實例，相信大家已明白了如何運用散度理論來在實際對局中幫助判斷最佳棋步。不過，這種理論並非百分之百有效，據有關方面的說法，準確度應有 70%。另外，這個散度理論一般也只適合開局以後至第三十手棋左右的局面，三十手棋以後，準確度會下降得很快，而到終盤階段，則再不適用了。有興趣想深入了解一下散度理論的讀者，可試試在網上閱讀一篇名為「散度理論淺說」的文章，其網址是：  
<http://www.othello.cn/bbs/viewthread.php?tid=5203>。

綜上所述，便知道下蘋果棋要下得好，其實很需要有過硬的心算能力，雖然也只不過是加減與正負數，要算得清楚快捷卻絕不簡單。不過，當經過無數實戰的鍛鍊，反反覆覆的散度計算經驗會內化為敏銳的棋感，到那時，散度就幾乎不必算了。

末了，說句題外話，對於六歲以下的小朋友，下蘋果棋還有一大好處，就是鍛煉小肌肉，因為蘋果棋比其他棋類特別不同之處是要翻棋子，每一手棋都要翻。正確的翻棋子方法是應該用三隻手指的：拇指和中指把棋子夾住垂直拿起，然後用食指把棋子翻轉，之後垂直放回，這個動作，是很能訓練小肌肉的。

作者電郵：cayvrickywong@netvigator.com