

圖像魔方的中心方塊錯向問題

黃志華

由 Elwyn R. Berlekamp、John Conway 和 Richard Guy 合著的《Winning Ways — for your mathematical plays》，最近終於有中譯本面世，那是由國內的著名數學家談祥柏譯的，分上下集的兩大冊書由上海教育出版社出版，而中文書名譯作《穩操勝券》。

書中談到許多數學遊戲的玩法及其數學原理、分析，讓讀者眼界大開。現代教學常常主張寓教學於遊戲，筆者相信，要是適當地讓中小學生去玩一玩這套書中所介紹的遊戲，然後跟他們一起探討遊戲背後的數學道理，定會很受歡迎。

書中也有談及魔方（即一般香港人喚作「扭計骰」的智力玩具）的還原方法。說起來，魔方在近年的香港有小小的回潮，雖不復當年的人手一個，但在文具店或者玩具店，總會見到它的蹤影，那亦足以說明人們並未冷落它。

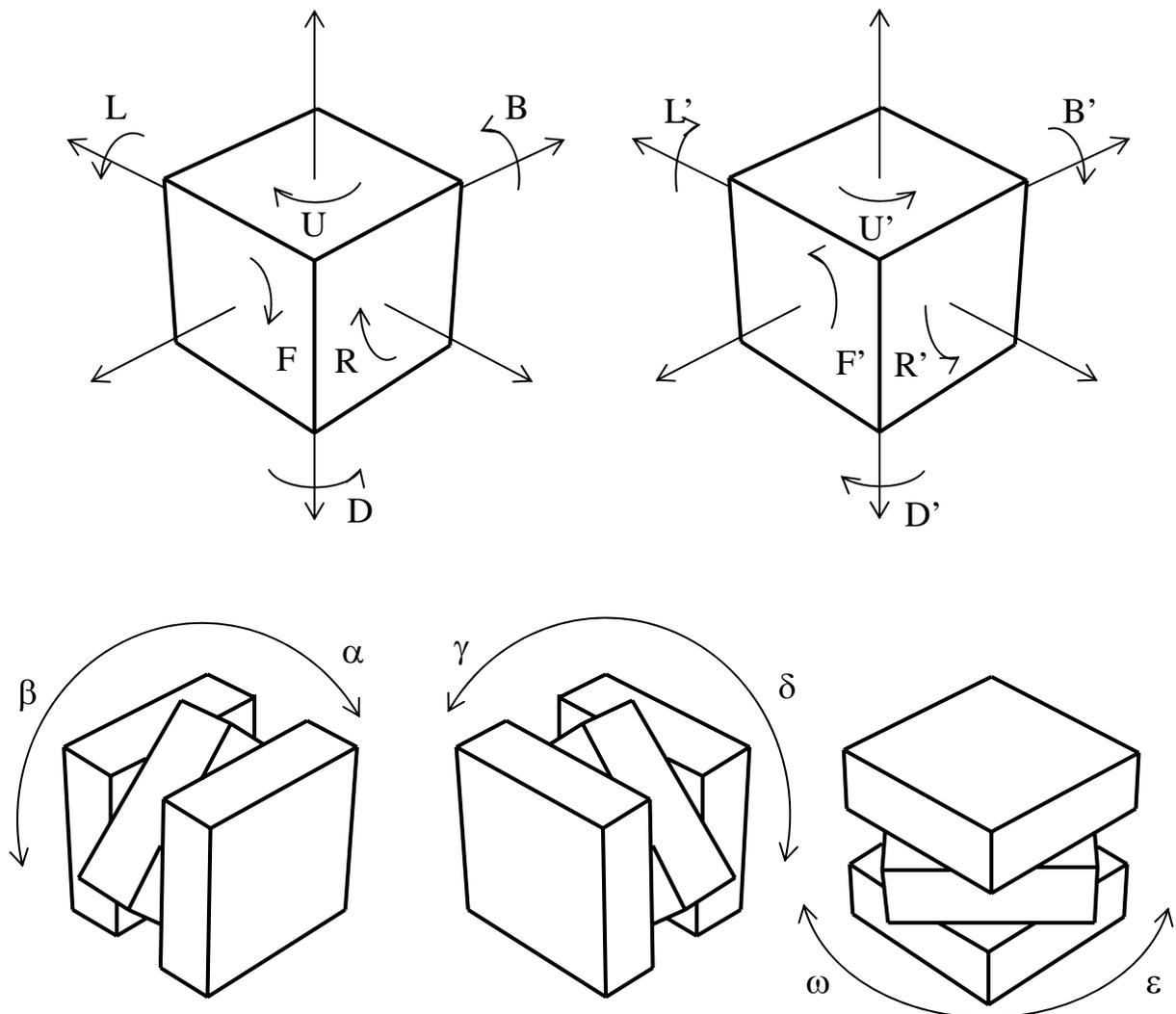
魔方面世已有廿多年，其形貌曾經從每面都是單純的顏色而變成各個面有不同的圖像，而現在常見的又多是純色的。圖像魔方的還原，完全可以照用還原純色魔方的那套方法^(*)，但圖像魔方卻多了一些純色魔方不會有的問題，那是因為圖像魔方上的圖像往往並不對稱，當我們用還原純色魔方的辦法還原它，到最後會發覺六面並未真正還原，因為圖像魔方的六個中心方塊上的圖像的方向往往都是作 90° 或 180° 錯向的，要是追求完美，這種情況當然不能認為已是六面還原。

《穩操勝券》一書談的還原方法，也只是針對純色魔方，至於如何整治六面還原後而中心方塊仍各自錯向的圖像魔方，該書並沒有談及。

(*) 有關純色魔方的全套解法，以往無論國內、香港以至外地都出版過不少專門的小冊子，筆者也收藏了多冊，但現在都比較難在坊間找到了。可喜的是，在網上卻可以很輕易的找到一些教人們解魔方的網頁。下面是值得留意的一個，其網址是：<http://jjorg.chem.unc.edu/personal/monroe/cube/rubik.html>，一登進去，就是“Directions for solving the Rubik's Cube”。內裡不但有常見的三階純色魔方的解法，還有四階的、五階的甚至是新設計的Square 1 和Pyramix的解法都提供了。

幾年前，筆者曾設計過一套方法來整治圖像魔方中心方塊錯向的問題，後來也跟上海的智力遊戲專家顧偉國先生交流過，他把其中的一些步驟大大簡化。現在就把這方法介紹在下面，筆者常常把這種方法稱作「迴心法」或「回心法」。

要介紹魔方的還原方法自然不能不涉及如何記述魔方的轉動方式。筆者打算沿用在《穩操勝券》裡的那一整套魔方轉動方式的記號。這些記號共有十八個，見圖一。



圖一 18 個魔方動作及其記號

十八個動作分別是

F	前方順時針轉 90°	B	後方順時針轉 90°
L	左方順時針轉 90°	R	右方順時針轉 90°
U	頂層順時針轉 90°	D	底層順時針轉 90°
F'	前方逆時針轉 90°	B'	後方逆時針轉 90°
L'	左方逆時針轉 90°	R'	右方逆時針轉 90°
U'	頂層逆時針轉 90°	D'	底層逆時針轉 90°
α	中層向後轉 90°	β	中層向前轉 90°
γ	中層逆時針轉 90°	δ	中層順時針轉 90°
ω	中層向右轉 90°	ε	中層向左轉 90°

現在假設圖像魔方已六面還原，只是六個中心方塊大部份的方向都不正確。那麼，回心法分兩個階段。

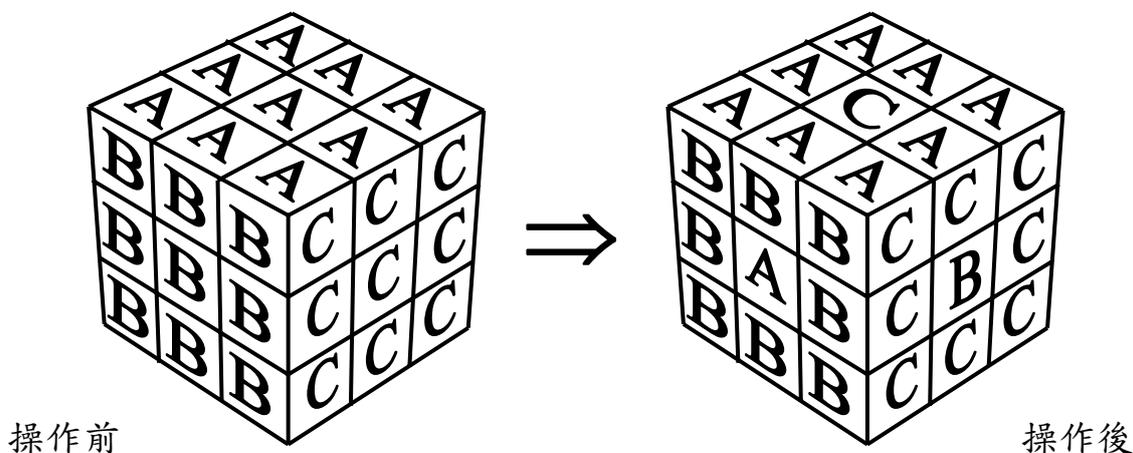
第一階段

這個階段的目標是盡量把所有錯向的中心方塊調校回正確的方向。要是幸運的話，只是在第一階段就能把所有中心方塊的方向調校好。

方法：

先做一下「換心動作」： $\beta\omega\alpha\varepsilon$

其效果可見圖二：A 面的中心塊給調到 B 面，B 面的中心塊給調到 C 面，而 C 面的中心塊給調到 A 面。這套換心動作就只會調動中心方塊，其他的方塊是完全不動的。



圖二 換心動作效果

現在，我們把調到 B 面的中心方塊 A 的方向旋轉至跟 A 面邊塊和角塊的圖像一致。

接著，再做兩次「換心動作」，並把剛才旋轉 B 面的動作逆做一次。於是中心方塊 A 又給調回 A 面，而且方向已給調校正確。

利用這個方法，幸運的話，可逐一調校好各個中心方塊的方向，若不夠運，最後會餘下一個成 180° 錯向的中心方塊。這個時候，就要作第二階段的行動了。

第二階段

在這個階段，我們的目標非常明確，那就是要使唯一一個成 180° 錯向的中心方塊回轉至正確方向。這一階段的方法，是由顧偉國先生提供的。

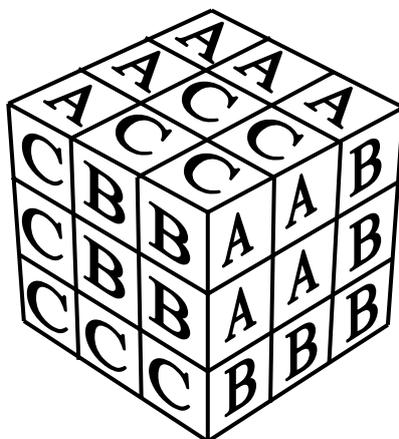
方法：

首先把需要「迴心」的中心方塊的那一面朝向地面的方向，然後做下面的一套動作：

$$(R'L'D^2RLD)^2$$

這套動作應該是步數最少的了。

談到魔方，這裡順帶介紹一個筆者非常喜歡的魔方花式造型（參見圖三），國內曾將之命名為「生小魔方」，而筆者則喜歡稱之為「天外飛仙」，看得電視武俠劇太多之累吧！



圖三 天外飛仙（右旋的三面）

這個「天外飛仙」圖案造型，其動作套路是要從一個已經完全還原的魔方開始的，整套動作如下：

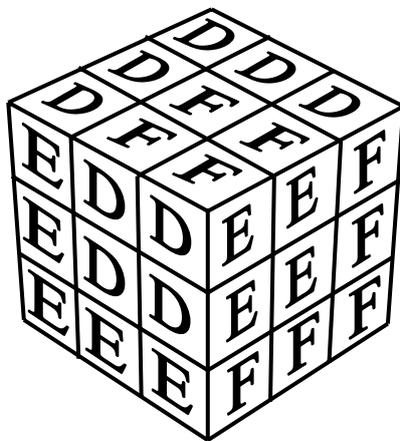
$BL'D^2LDF'D^2FD'B'$

$F'RU^2R'U'BU^2B'UF$

這套動作看似很長很複雜，其實也不難記。

有趣的是，要從「天外飛仙」的造型還原到原來的六面各一色，也不過是將剛才的整套動作再做一次。可是，可是，可是，切要記著在施行動作之前，先確定好魔方的方向。

魔方有六個面，「天外飛仙」的造型使這六個面分成兩組，每三個面各自成交換關係，而兩組的交換方向不同，圖三顯示的那三面，筆者稱為「右旋」，是剛做好整套「天外飛仙」的動作時見到的，當要從「天外飛仙」還原時，卻必須把另外三個面（參見圖四）朝向自己，其交換方向是「左旋」的。



圖四 天外飛仙（左旋的三面）

其實，從「右旋」的三面開始還原也是行的，不過整套動作做完成後，魔方面對自己的三面變成「左旋」，那意味我們還要把整套動作多做一次，才能還原。