

從全港小學數學比賽決賽的活動題談起

黃家鳴

香港中文大學課程與教學學系

參與過香港教育專業人員協會主辦的全港小學數學比賽的老師和同學，對於決賽第三回合的數學活動題目一定不會感到陌生。¹ 這些題目不是常見那一類單純的筆算題，解題過程通常會涉及估量，操作不同的實物和量度工具，與及觀察和探究一些給定的數量或空間關係等。在二零零一年第十二屆比賽專輯中，筆者為文建議數學老師在課堂中引入類似的活動題作為課業或探究活動，既可以增加學習的趣味性，亦可以促進學生對數學的理解和認識。² 想不到專輯出版時，決賽題目部分果真首次輯錄了第三回合的比賽題目，而且還加插了說明和圖片，不失為教師參考的好材料。

及至二零零二年六月第十三屆比賽的決賽中，第三回合有這麼一個活動題（第3題）：試利用桌上的白紙在答案紙上繪出一個 135° 的角。（除白紙及直尺外，不可利用量角器或其他量度工具。）³ 賽會提供的，是一張普通長方形（A4大小）的白紙。最簡單而準確的方法應該是先將白紙以任意一邊對摺得一直邊，再沿這直邊對摺得一直角，然後用對摺辦法平分這直角。這時將白紙攤開來，就不難找出有互為夾角 135° 的摺線。⁴ 事實上在比賽開始之前，一眾評判對提供的長方形白紙有點意見，因為學生很有可能利用紙上已有的（不一定完全準確的）直角而大大簡化了問題，但最終還是決定假若有學生這樣做，亦會接受這類簡化了的的做法。

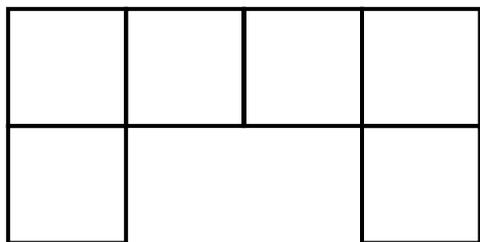
-
- 1 全港小學數學比賽的決賽共分三個回合，於同日按次序進行，以各參與學校隊伍為參賽單位。第一、二回合乃筆算題，分別為綜合計算題及難題解決。第三回合為活動題。
 - 2 黃家鳴（2002）。讓數學比賽題目成為課堂教學活動。於梁易天等（編）《第十二屆全港小學數學比賽專輯》（頁7）。香港：香港教育專業人員協會。
 - 3 見香港教育專業人員協會出版的《第十三屆全港小學數學比賽專輯》（2003），頁29。
 - 4 順帶一提，如果不假設提供的白紙是長方形，又或者白紙呈不規則形狀，甚至連一條直邊也沒有，只要先將白紙任意對摺便同樣可得一直邊，那麼前述的方法仍然行得通。

筆者作為評判之一，有機會在比賽時實地觀察一組又一組的小學生如何解決這道題目。據筆者所見，能夠爽快地拿起桌上的白紙利用簡單的摺紙辦法取得 135° 這個角的，估計不出五分之一的參賽者。其他的學生，有利用提供的白紙本身四角上的直角來對摺，然後再嘗試配合其他的線段或夾角；亦有將白紙胡亂摺來摺去，發現得出正方形後，再大膽嘗試去找出其對角線來幫忙。可以看得出，無論能否取得正確的角度，小孩子們對於這些不同方式摺紙得出來的摺線（摺痕）之間的交角，一般並不怎樣熟悉，也沒有什麼預算似的。

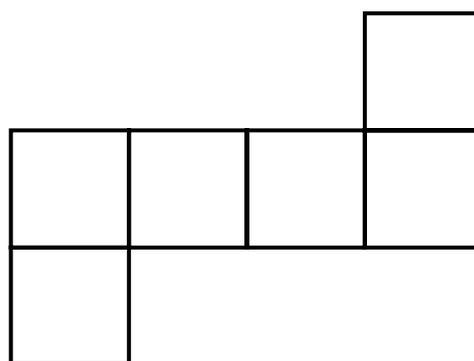
從這點觀察，筆者估計大多數學生縱然多多少少都有摺紙的經驗，也可能懂得摺出各種有趣的玩意兒，但卻缺乏一個幾何的眼光、角度，未能有意識地將他們在數學課堂習得的幾何知識，連繫到摺紙過程中產生的圖形或摺痕之間的關係。這個當然不能隨便說是數學教學的缺失，因為摺紙始終並非數學科的正規內容，但至少也顯示著某種不足。

是哪些方面的不足呢？讓我們先從較微觀的角度來看，檢視一下幾何和空間概念的教學。不少教師在教授幾何圖形、空間概念時，很多時流於「紙上談兵」。猶如其他數字運算課題的教授，太囿於紙筆的習作和這類必須留有紙筆記錄的課業，於是過份著重教科書、工作紙上的幾何圖形練習題。既然焦點在於書本、作業上印刷版面的形狀、線條的觀察、量度和判斷，就輕視或疏忽了對實物、日常生活的物品作同樣系統、細緻的觀察、認識等學習活動，又或者以小孩子有興趣的活動作幾何方面的探討。

很多老師並非沒有引入或進行這些活動，而是往往將其只作為引起動機之用，過場式地展示一下便被置諸腦後，「戲肉」始終是「正規」的學習材料，即課本、工作紙上繪畫的幾何圖形、圖案、線圖等，與及必須在紙上填答和留有紙筆記錄的作業。例如要求學生判斷繪畫在工作紙上的這類摺紙圖樣 A 和 B 能否摺成一個正立方體，即時在紙上作答（A 不可以，B 可以）；卻不太願意讓學生花多點時間去剪出不同的紙樣，通過真實的操作來認識當中涉及的幾何性質，與能否摺成一個正立方體有何關係。



摺紙圖樣 A



摺紙圖樣 B

猶有甚者，見諸香港教育署數學組 2000 年出版的教材套《空間探究：第一及第二學習階段》，可謂有點「走火入魔」。例如其中的唯讀光碟教材，包括在電腦螢光幕上展示實物不同角度的形狀用以認識這些立體，以致通過可以滑動的照片來顯示所處位置不同角度的景物來考驗學生是否掌握辨別方位。明顯地這些所謂運用資訊科技的教學材料，只向小孩子提供視覺的刺激，卻與他們的手感觸覺體覺及其互動完全脫節，對他們建構有關的幾何、空間概念一點實質幫助也沒有。（或者設計者只預算提供一些電腦遊戲，不過是玩玩，加點趣味而矣。那麼筆者就小題大做了。）

若論小孩子應如何學習幾何圖形、空間概念等，由實物走向抽象這個次序已無可爭議。學生沒有足夠觀察、操弄實物的經驗作為基礎，其相關的抽象空間概念就可能流於空洞——猶如死記硬背的字彙，反過來就難於運用到相關的情境，因而又為人詬病其知識缺乏實用性，未能靈活有效地用出來。所以教師實不應以課程緊迫為由，而忽視幾何圖形及空間單元這方面諸如摺紙等涉及實物的學習活動。

從較宏觀的角度看，上述的不足可能涉及一種可稱之為「數學意識」的認知取向，即對事物、情境的數學方面的特徵的一種意識。簡單如走路時清楚知道那一條路程最短——當然由於路途所經的地方或碰見的人與事而未必一定就是最佳選擇，又或者錢包裡要放多少枚各式硬幣才方便自己某次外出購物，又或者明白用「畫鬼腳」來做配對為什麼行得通，以致在麥當勞快餐店選擇排那一條隊輪候時分析運氣究竟是回什麼事。更複雜

的諸如上課、當值時間表的編製、郵件的派遞系統、公路的設計、交通燈系統的安排等，不勝枚舉。這些情境其實都有其內蘊的數學結構，都得用上不同分支的數學。問題是我們的學生少有將他們在數學課堂習得的數學知識，意識地連繫到他們生活中的各種情境。

無可否認，數學科既是人人必讀，就不能以培養數學家作為終極目標。若單單以數學知識、方法等技術層面的內容為目標又嫌太偏狹，培育一種較廣義的數學意識不失為一個值得追求的方向，當中無疑亦涉及某些數學觀、態度、價值、信念等。而數學意識的培養亦不能不涉及教師自身的數學觀與價值。要培養數學意識，當然不在於大量引入各式各樣的現實或應用問題在課堂討論，也不單在於幫助學生建立更豐富的數學理解、更富彈性的問題解決策略，而更在於傳達一種態度、價值，欣賞到數學作為科學世界觀的一部分，看到它能夠讓人們透視各種情境中某一層的結構、關係，繼而認識到「生活處處留心皆數學」。怎樣才能達致這個目標，筆者覺得除了潛移默化之外，別無他途。至於教師自身的數學學養與數學觀能否擔負起這個任務，又是另一個問題。

上文論及學生少有將他們在學校學到的數學知識，意識地連繫到教科書以外的生活環節。這個除了可能與他們知識上的貧乏或缺乏靈活性外，亦可能與他們將校內學到的數學知識嚴格地限制於校內之學習活動而截然與其他生活情境分開。若是後者，即學生認為數學只是他們的課堂活動，之外別無其他，則問題就不單在於數學知識的教學，而可能擴及至教師在教學過程所傳遞的數學觀與價值觀、整個數學課程的潛藏數學觀與價值觀、學校的學習文化等，甚至於我們社會中主導的知識觀（即如知識可以如何習得、有何價值用途等問題）。而這些大問題，就遠超本文的範圍了。