

關於「中數」圈數學教育的幾點思考

夏 瑁

貴州省畢節師專數學系

無疑，「中數」圈數學教育，一般說來是與漢字文化教育密切相關的（尤其是在十六世紀以前），或者說是漢字文化教育中的一個領域；因為漢字文化中的數學文化完全可以說是與漢字文化同時起步的，中國古代數學（簡稱「中數」）的表述方式就是與古漢語同出一轍。基於此，凡「中數」圈的數學教育，很自然的是應該介紹「中數」及其歷史（簡稱「中數史」）的，又正因為「中數」不及近現代數學有那樣嚴密的思維體系，故「中數」中的一些思維特徵，也是適合中、小學生的思維特徵的，故筆者在此對「中數」圈數學教學教育提出以下幾點粗略的思考。

思考之一，凡「中數」圈數學教育界（一國之內），「中數」及「中數史」均應有專人進行研究。這是因為，只有專門研究「中數」並有成果的人才能夠容易將「中數」理解與闡釋得較為接近其「本來面目」。這樣，一些數學教育研究專家、數學課本編輯與數學教師，才容易知道哪些「中數」內容（含解題方法），是適合安插（融入）於學生所學的數學知識之中的。雖然我們不應當要求所有數學教育工作者都去弄懂「中數」原著，但對於「中數」研究有成果的數學教育工作者，我們應給予大力支持、幫助與鼓勵。

思考之二，基於「思考之一」，凡研究「中數」者，只需將其「本來面目」說明清楚，讓當今的「中數」愛好者能弄清楚其原意即可（研究西方古代數亦如此。筆者並非認為研究古代數者可以不懂必要的近現代數學知識），不必要將其直接轉換成近現代數學的形式（因為這是當今數學教育專家與數學教師或數學愛好者自己的事情）。筆者認為，這樣既可以使「中數」與近現代數學之間的兌換表達少（或不）出現「牛頭不對馬嘴」的現象；更為至關重要的是，這樣才有利於研究「中數」的專家真正專注於對「中數」的研究。

例如，「中數」中給一個應用題的解答，往往原著中只有一個最後答案。有的專家只是運用近現代數學知識去表達古人的解題過程，而略去了對古人解題過程的研究；筆者認為，這是「中數」研究中的一種失誤，因為今天的讀者並不能由此看出古人的解題過程究竟是怎樣的；而只有根據原題意，撇開近現代數學的表達方式，將古人解答此題的原思路與表達形式盡最大可能地挖掘（即「直譯」—不祇局限於「中數」範圍）出來，才算是真正地對「中數」進行中肯地研究，才能讓古人的解題思想方法重見天日，從而達到「古為今用」之目的。為此，不妨在下面舉例說明之。

例一： 李白無事街上走，提著酒壺去買酒；
 遇店加 1 倍，見花喝 1 斗；
 3 遇店和花，喝光壺中酒。
 試問壺中原有多少酒？

此題大意為：李白每一次遇到酒店，都要買酒，其數量與壺中存有酒數量相同，而且每次遇店之後又見到花時，同樣均喝去 1 斗酒；在第三次遇到店和花之後，喝光了壺中的酒。試問，首先遇到酒店之前李白的酒壺中原來裝有多少酒？

古人解答此題的思維方式，一般應當是首先緊緊抓住第三次遇店之後只剩下 1 斗酒，故在此次遇店之後「見花喝 1 斗」，即「喝光壺中酒」。由此可見，在「第三次遇店」之前壺中只有 $\frac{1}{2}$ 斗酒（因為「遇店加 1 倍」），再加上第二次見花喝去的 1 斗，那麼第二次遇店之後壺中有 $\frac{3}{2}$ （即 $\frac{1}{2} + 1$ ）斗酒；由此可得「第二次遇店」之前壺中只有 $\frac{3}{4}$ 斗酒，再加上第一次見花喝去的 1 斗酒，那麼第一次遇店之後壺中有 $\frac{7}{4}$ （即 $\frac{3}{4} + 1$ ）斗酒；所以，「第一次遇店」之前壺中原有的酒就應該是 $\frac{7}{8}$ 斗酒。古人的這種解題思路，對於培養學生的逆向思維（即執果索因）能力是頗有益處的（這種能力尤其在社會科學中有著廣泛地應用），雖然看上去好像麻煩一些。當

然，如果不用心去挖掘出古人的這種解題思路，而用近現代數學知識去解之，則只需解一道比較簡單的 1 元 1 次方程 ($2[2(2x-1)-1]-1=0$) 即可。然而，這對於普通的數學愛好者來說，得此「簡單」的解題方法，即感滿足了，對於前面所談古人的解題方法，則「擦肩而過」，也許永遠不會知道。

例二：1 個老牧民有 11 匹馬，臨終前對 3 個兒子說：「我死後你們把這 11 匹馬分掉，老大得 $\frac{1}{2}$ ，老二得 $\frac{1}{4}$ ，老三得 $\frac{1}{6}$ ；但是不准把馬殺掉。」說完，老人就長眠了，3 兄弟分來分去，總是找不到一個恰當的辦法。你能替他們想出個好辦法嗎？

其實，這道題的解答過程並不複雜，關鍵看研究者是否能吃透古人的這道「智慧型」題目。很顯然，3 兄弟直接分得馬的匹數分別是老大得 $\frac{11}{2}$ 匹；老二得 $\frac{11}{4}$ 匹；老三得 $\frac{11}{6}$ 匹。可是 $\frac{11}{2} + \frac{11}{4} + \frac{11}{6} < 11$ ，而 $11 - \left(\frac{11}{2} + \frac{11}{4} + \frac{11}{6}\right) = \frac{11}{12}$ ；現在 3 兄弟又必須分完這 11 匹馬，就應該有 $\frac{11}{2} + \frac{11}{4} + \frac{11}{6} + \frac{11}{12} = 11$ ；即 $\frac{11}{2} + \frac{11}{4} + \frac{11}{6} + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}\right) = 11$ ；（注：解此題的絕妙之處，就是 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}$ 中的 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{6}$ ，又剛好是老大、老二、老三分別應分得馬匹的份數）由題意與加法結合律可得 $\left(\frac{11}{2} + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{11}{4} + \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{11}{6} + \frac{1}{6}\right) = 11$ 匹。所以，老大分得馬 $\left(\frac{11}{2} + \frac{1}{2}\right) = 6$ 匹；老二分得馬 $\left(\frac{11}{4} + \frac{1}{4}\right) = 3$ 匹；老三分得馬 $\left(\frac{11}{6} + \frac{1}{6}\right) = 2$ 匹。

這種解法，才完全體現了古人給出此題的原本意義。所以，此題的確是一道優秀的「智慧型」題目，我們完全應該將之介紹給廣大學生（湖北少兒出版社將此題編入《1988 年初一數學暑假作業》、湖南教育出版社于

1988 亦將此題編入《世界數學名題趣題選》，的確是具有慧眼的)。那種只知道用近現代數學知識來解此題，是違背了出題者的本意的 [1]。

思考之三，在數學教育過程中貫穿一些「中數史」，並插入一定的「中數」知識的時候，必須和諧得體，既不加重學生的學習負擔，又能使學生對數學更感興趣。例如，我們小學生背誦「九九乘法表」是從「一一得一」開始，而古代小孩背誦此表則是從「九九八十一」開始；這就完全可以引導學生探討和研究一下，究竟是哪一種背誦順序比較便於記憶？這樣的引導，對於天真爛漫的小學生來說，他們的興趣是很濃的，是樂意去反復琢磨的。諸如此類的例子不少，請恕筆者不再贅述。

思考之四，在實現「思考之三」的過程中，應便便將與某一「中數」知識有關的數學（數學教育）家的生平、人品、個性與其時代背景等簡介給學生（口頭或書面，有條件的最好以口頭與書面並行的形式），但又不弄成嚴格的「中數史」數學，例如，在學生學習 $(a + b)^k$ ($k = 2, 3, 4, 5, \dots$) 的展開式時，當然可插入「賈憲三角」（後人也有稱「楊輝三角」，西方稱之為「帕斯卡Pascal三角形」），是「中數」中著名的「開方作法本源」圖，而「賈憲三角」（約公元 1050 年）卻比「帕斯卡Pascal三角」（約 1654 年）早大約 600 年出現 [2]。這時即可將賈憲、楊輝的生平、業績與時代背景等（尤其是「中數家」們的人文精神與詩、詞、歌、賦這方面的作品）簡介一點給學生，學生當然是很高興與覺得非常新奇的。

筆者認為，只有至少實現以上幾點思考的「中數」圈數學教育，才真正體現「中數」圈數學教育特徵的數學教育。

主要參考文獻

- [1] 黃邦本（1989）。談一道古算題。《數學通訊》1 期，33 – 34。
- [2] 陳信傳等（1992）。《中國古代數學精萃》。貴陽：貴州教育出版社。（p. 266 – 267）。
- [3] 李迪（1984）。《中國數學史簡編》。瀋陽：遼寧人民出版社。
- [4] 錢寶琮（1964）。《中國數學史》。北京：科學出版社。