

關於初二學生討論數學問題情況的調查與分析

蘇洪雨

廣州華南師範大學數學系

在數學教學與數學學習過程中，離不開數學交流，師生交流，學生與學生交流……數學交流可以幫助學生在非正式的、直覺的觀念與抽象的數學語言之間建立起聯繫，可以幫助學生把實物的、圖畫的、符號的、口頭的以及心智描繪的數學概念聯繫起來。數學交流還可以發展和深化學生對數學的理解，因為理解、推斷和對自己思想進行口頭和書面的表達可使學生加深概念和原理的理解。因此英美等國非常重視數學交流。我國的教學實踐中已經注意培養學生的數學交流能力，並且在 2000 年頒佈的《全日制義務教育數學課程標準（實驗稿）》中提出在數學學習與教學過程中培養學生「合作交流」的能力。數學問題的討論是交流過程中必不可少的一部分，因此筆者設想從具體問題出發，首先對學生討論數學問題情況進行調查，初步瞭解學生的數學交流情況。

調查方法：問卷調查法和訪談法。

調查物件：華南師範大學附中初二年級 2 班至 8 班。每班 30 人，共 210 名學生。有效問卷 201 份。在 5 班、6 班、7 班和 8 班各抽查 5 人進行訪談。

I. 調查的結果

1. 學生喜歡討論數學問題，希望在課堂中能進行問題討論

討論數學問題是一件有趣的事情，低年級學生對討論數學問題比較積極，據調查（見附錄題目 1），喜歡討論的學生有 49.3%，比較喜歡的有 31.3%，合計共有 80.6%。有 19.4% 的學生不喜歡討論數學問題。

數學課堂學習過程中，學生不希望教師從頭講到尾，大部分的學生希望課堂學習中有機會討論問題（見附錄題目 2），63.7% 的學生希望在適當的時候，教師能夠提出問題讓大家進行討論；20.4% 的學生認為學生可以隨時提出問題進行討論；有 5.5% 的學生想讓教師從頭講到尾，另外還有 3% 的學生希望一節課自始至終都是討論問題。而訪談學生得知，想讓教師滿堂講的學生數學基礎大都較差，希望滿堂討論的是一些比較調皮的學生。

2. 行動與意願自相矛盾

在課堂上教師提出一個數學問題讓大家討論的時候，結果是這樣的（見附錄題目 4）：18.4% 學生想獨立思考，不參與討論；27.4% 的學生只是隨意地和同學討論一下，只有 28.4% 的學生認真地和同學討論，並做好總結；還有 17.9% 的學生傾向於先獨立思考，再進行討論。

分析資料，又有如下結果：希望教師在課堂學習中適當的時候提出問題討論的學生（見附錄題目 1 佔總人數的 63.7%）分化為（見附錄題目 4）：25 人（佔該項的 12.5%）希望「獨立思考，不參與討論」；23 人（佔該項的 11.5%）認為「要先思考，不會再進行討論」；有 39 人（佔該項的 19.5%）只是隨意地與同學談論一下；只有 35 人（佔該項的 17.5%）認真討論問題。

這說明學生既有參與課堂的欲望，又缺乏討論問題的積極性，不能很好地付之於實際行動中。

3. 討論問題的狹隘性

究竟怎麼樣的問題適合討論呢？（見附錄題目 3）51% 的學生認為複雜的幾何證明題；另外有 30% 的學生認為開放性的問題最適合討論，15% 的學生認為概念性的問題適合討論；還有 4% 的學生沒有回答這個問題。複雜的幾何證明題是中學考試的重點，因此學生都比較重視，但是這也使得他們討論的問題範圍較為狹隘。

4. 討論問題的敷衍性與討論夥伴的狹隘性

從調查看出，學生對於數學問題的討論是比較隨意的，並且與之一塊討論問題的夥伴是十分的有限的。（見附錄題目 5）有 68.7% 的學生只是有時候和別人討論問題，而有 6.5% 的學生從沒有和別人討論過數學問題；另有 6.5% 的學生只是在教師的強迫之下與同學討論問題；有 14.9% 的學生經常與別人討論數學問題，還有個別學生（佔 3.5%）沒有回答這一問題。這說明大部分學生討論數學問題的頻率並不高，並缺乏積極主動性，又可能因為學習任務的繁重，使之討論問題的機會較少。

再看他們都與哪些人討論數學問題（見附錄題目 6），11.4% 的學生與「和自己學習水平差不多的同學」討論；35.5% 的學生與「比自己學習水平高的同學」討論問題，6% 的學生找老師討論，38.8% 的學生與學習較好的學生或老師討論，有 8% 的學生與任何人討論。由上可知，大部分學

生喜歡與比自己水平高的人討論問題，在學生的認識中討論問題就是「解決問題」，找一個「高手」，就可以順利地得到結果。同時我們可以看出，學生們的討論夥伴是比較單一的，也許這與學生的交往習慣有關。一般地，學生喜歡與自己熟悉的或認為比較有能力的人，因此，交流夥伴就傾向於固定、單一（此處刪去「物件」二字），但是，狹隘的夥伴關係有時候使學生的交流變得保守，不能開闊視野，從而不能達到交流的目的。

5. 希望合作式的共同討論數學問題

在討論數學問題的時候，大部分學生希望和教師或同學進行合作式的共同討論。在與數學老師討論時（見附錄題目 7），36% 的學生希望和老師共同討論數學問題，重點難點老師能夠指出；31.3% 的學生希望自己先試著講解，遇到不明白的時候，再和老師討論；又有 24.7% 的學生希望老師先講解，自己遇到不懂的時候，再與教師討論；有 9% 的學生希望老師直接給出結果或解決方法。在與同學討論的時候（見附錄題目 8），59% 的學生能發表自己的看法，同時認真聽取別人的意見；還有 30% 的學生聽別人講得多，自己則很少發表意見，這表明這部分學生的討論只是簡單的諮詢，而不是真正的與別人探討、研究；不聽別人意見的只有 2%；與同學激烈討論並堅持自己的觀點的有 7.5%。

總體來講，學生還是喜歡和同學或老師以合作的方式討論問題，而不僅僅只是簡單地聽取別人意見求得問題的結果，或者只是回答別人的問題。

6. 通過對數學問題的討論有收穫

學生認為通過討論有一定的收穫。從調查看（見附錄題目 9），39.3% 的學生認為有時有些收穫，有 50% 的學生認為在討論中增長了見識，獲得了啟發；另有 6.5% 的學生從討論中「增強了信心」，只有 3.5% 的學生認為沒有收穫。另外，還可以看出經常與別人討論問題的 89 人認為是有收穫的或增長了見識，獲得了啟發。這是顯然的，因為只有與別人討論才能感受到討論的好處。相反，不參與討論者就沒有任何的表示了。同時，（見附錄題目 8 和 9）有 134 名和教師或和「比自己學習水平高的學生」討論交流問題的學生認為有收穫，而與「自己學習水平差不多的學生」討論的 23 名學生中有 22 人也認為有收穫，這說明討論夥伴與有無收穫是無關的，但是收穫的多少肯定與討論夥伴有關。

7. 「與別人討論問題」式的作業可有可無？

學生並不是很喜歡「與別人討論問題」式的作業（見附錄題目 10）。46% 的學生認為這種形式的作業可有可無，理由是佈置了有些收穫，不佈置也沒有太大損失；24% 的學生認為不必佈置，因為佈置了未必去做，不如不佈置；30% 的學生希望佈置這類作業，因為這會使學生更多的吸取別人的意見，增長見識，更好地理解數學問題等。

對於這類作業的完成情況（見附錄題目 11）：43% 的學生回答說和願意討論的同學一起認真討論，作出總結。26% 的學生隨意找同學討論一下；還有 14% 的學生認為應該獨立思考，不與別人討論；9% 的學生因為老師不能檢查，就不與同學討論。

那麼這種「與別人討論問題」式的作業是否真的可有可無？其實不然，從上面的調查可以看出大部分的學生還能完成這類作業。與同學談話得知，學生認為「與別人討論」式的作業可有可無，主要受下面的原因影響：一是放學回家以後，沒有機會與別人討論了；二是在教室自習時（說明：在廣州的寄宿中學，晚上 7:30 ~ 9:30 學生要在教室自己看書學習，不可隨意出入），不可能隨意講話，從而使討論受到限制。

8. 獨立思考與問題討論的矛盾

許多學生提出數學問題應儘量獨立思考（見附錄題目 4 和 11），因為他們認為和別人討論問題對獨立思考是不利的，可能養成「想也不想就問」的習慣；只有在自己想不出的時候，才與老師、同學進行討論。固然學生認為獨立思考是正確的，但也說明，我們的學生對於數學問題的認識有一定的狹隘性，在大多數學生的認識中，不會做的題目、考試中的難題、綜合性的題目，才是討論的問題。而對於數學概念進一步理解，對數學問題的進一步探索以及數學的應用等方面的問題都沒有強烈的深入探討意識，實際上，後者才是學習數學的本質。

II. 幾點建議

認真分析資料及學生的意見，筆者給出以下建議：

1. 教師在學生對數學問題討論過程中要正確引導

儘管大部分學生希望在課堂上討論數學問題，但是完成的情況並不是很好，這與教師的引導有很大關係。

教師要創設適當的問題情景，自然地將學生「引入」討論。例如：在講授韋達定理這一節內容時，先給出韋達定理：

$$\text{如果 } ax^2 + bx + c = 0, (a \neq 0) \text{ 的兩個根是 } x_1, x_2, \text{ 那麼 } x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \text{。}$$

教師問：這個定理一定正確嗎？如果不正確，你能否舉一個反例？

有些學生馬上拿出練習簿，找一個具體的方程進行檢驗，如 $x^2 - 2x - 8 = 0$ ，很快就有學生說：是的，是這樣的。

教師：大家對此定理有甚麼疑問，僅僅通過個別例子就可說它正確嗎？

這時學生紛紛議論，提出以下的問題：

1. 對於一般方程 $ax^2 + bx + c = 0, (a \neq 0)$ 是否成立？
2. 如何證明這個定理？
3. 這個定理有甚麼用途？
4. 和二元一次方程有聯繫嗎？
5. 一元一次方程是否也有類似的定理？……

在討論的過程中，教師要給出適當的指導，因為學生的討論方向可能不太明確，或者是走了彎路，鑽了死胡同。全班一起討論的時候，教師的指導既能使學生有「豁然開朗」的感覺，有信心繼續討論，又可節省課堂時間；同時，初中生有著貪玩的天性，有時他們不自覺地偏離主題而做別的事情，教師要在適當的時候對這樣的學生加以管理，使之養成討論問題的習慣。

2. 希望教師能夠提供給學生更多的討論機會

教師受著教學任務的限制，不得不時時以教學大綱為本，講課時間長，使學生的參與相對減少，因此進行數學交流的機會就不會很多。教師要合理地安排教學計劃，盡可能地使學生有機會參與到學習中，這樣既可以活躍課堂氣氛，又可提高學習的效率。教師要設計出適當的討論問題，有益的問題對於學生的學習將有很大的促進作用。

在概念課上，可以留一些時間讓學生進行討論，進一步地理解所學的概念，教師可提出一些誘導性的問題，使學生產生興趣，如分析概念的正誤，補充一些條件使概念完整正確等等；

在定理公式課上，要培養學生學會質疑，鼓勵學生積極地提出問題，然後與同學老師一同討論，這樣就使學生有了創新的意識，不會固守陳規；

解題課上，增加學生交流，使學生形成互助組，從而開拓思路，提高數學思維能力，通過討論分析，使學生學會從不同角度去思考，打破思維定勢和因循守舊。

複習課，自我總結，再通過與同學交流，查缺補漏。

總之，教師應在一切可以為學生提供討論的時候，儘量為學生提供機會，使學生真正能從討論中得到提高。

3. 豐富數學課外活動，討論各式各樣的數學問題

僅僅在課堂上進行數學交流是不夠的，並且課堂中討論的問題可能有很大的局限性，學生的思想不能完全的「開放」，因此，有些問題可在數學課外活動中解決。在課外活動中，學生可充分發揮主動性，對數學問題進行徹底地討論。教師在這個時候，只能做一個輔導作用，而不可搶奪學生的主動地位。當然教師可以為學生提供各式各樣的問題，開闊學生的視野。在活動中，可以有目的將學生分成小組，這些小組按學習能力的高低進行劃分，最好是能力相近的一組，這樣可對不同的問題進行討論，能力較高的小組討論一些有挑戰性的問題，能力較低的學生討論一些基礎的問題（當然提出的問題大家都可以討論）；討論的問題可是概念性的問題，也可是複雜的幾何證明題，或是開放性、研究性、實際性的問題等等。豐富多彩的問題可由教師提出，也可讓學生自己收集，自己發現。問題既可現場討論，也可課餘時間查閱資料，準備充分之後再討論，這一點可以靈活掌握。甚至可以提出一些課題讓學生進行調查研究，寫出一些小論文。這對於培養學生的數學交流能力是非常有幫助的。

4. 認清「獨立思考」與「討論問題」的關係

有些學生擔心「討論問題」可能養成依賴別人的習慣，因此提出要獨立思考，不要總是討論問題。其實，提出這一看法的學生並沒有真正地

解討論問題的內涵，在他們的認識中，似乎只有不會的難題才去與別人討論，實際上這不是與別人討論，而是向別人請教，在請教中，雖然也有討論的過程，但畢竟是「被告知」的過程，這是討論的一種情況，而並不「討論」的真正含義。討論問題，並不只在乎最後的結果，**討論的過程就是一種學習**。討論是「就某一問題交換意見或進行辯論」，而不是學生所認為的向別人請教。討論是一個互相學習的過程，是互補互助的過程，是一個合作的過程。討論應不僅僅限於自己不會的問題，而應是一些有代表性的，有助進一步學習的問題，以及一些有研究意義，有實際應用的問題等等。這與獨立思考是不矛盾的，獨立思考是良好的學習習慣，它可以培養學生的自立，自尊與自信。但是，若總是以「獨立思考」標榜自己，則只能是自大保守，有時對學習有很大的反作用。學習不僅要有獨立解決問題的能力，還要有與別人合作的能力，討論問題就是與別人的共同學習。因此，要認清甚麼問題要討論，甚麼問題要獨立思考，兩者要結合，相輔相成，互相促進。

5. 對學生作出比較公正的評價

學生的考試成績是我們現在對學生評價的主要依據。一般情況下，成績高者為優等生，反之則是差生。在這樣「評價標準」下，學生不得不對考試成績十分重視，由此所引起的學習的弊端不言而喻。教師可以儘量降低它的負面作用，使學生從心理上不再有為考試而學習的負擔。這就要求教師在平時不要總是強調考試成績的重要性（雖然是很重要的），對學生作出比較公正的評價。教師對學生的數學學習評價可從學生的數學能力、表現和成績等不同方面考慮，比較全面地認識學生數學的學習情況。提高學生學習數學的興趣，從多方面認識數學，而不只是僅僅會解幾道題，學生因此有機會進行各式各樣數學問題的討論，進行更多的數學交流，那麼數學學習的能力將會不斷地提高。

參考文獻：

劉兼等（1993）。從世界各國最新課程標準看數學教育的發展（一）。《21世紀中國數學教育展望》（頁97）。北京：北京師範大學出版社。

附錄：有關初中生對數學問題討論情況的調查

同學們，在你的數學學習中，是否經常與別人討論數學問題？你對數學問題討論的態度是怎樣的？你一般與別人討論甚麼樣的數學問題？爲了幫助同學們的學習，我們採取無記名的方式，作一個調查，請你配合我們認真、實事求是地填寫。

填寫方法：選出你認爲最合適的一項，填在後面的括弧內；如果沒有合適的，請在最後一項的橫線上寫下你的意見。

1. 在你的數學學習過程中，你是否喜歡與別人討論數學問題（ ）
 - A. 不喜歡；
 - B. 比較喜歡；
 - C. 喜歡。

2. 在數學課堂中，你希望（ ）
 - A. 老師從頭講到尾；
 - B. 一節數學課自始至終都是討論問題；
 - C. 學生可以隨時提出問題進行討論；
 - D. 老師在適當的時候提出問題讓同學討論；
 - E. _____

3. 你認爲下面的哪些問題適合討論（ ）
 - A. 概念性的問題（如比較一元二次方程的四種解法）；
 - B. 開放性的問題（如四等分一個平行四邊形的面積）；
 - C. 複雜的幾何證明題；
 - D. _____

4. 在課堂中，老師讓大家對某個數學問題討論時，你會（ ）
- A. 獨立思考，不參與討論；
 - B. 不知道如何討論，等待別人討論的結果；
 - C. 隨便與別的同學討論一下；
 - D. 認真和其他同學討論，並做好總結；
 - E. _____
5. 有的同學經常與別人討論數學問題，有的則很少與別人交流，你的情況是（ ）
- A. 從沒和別人交流過數學問題；
 - B. 有時候和同學交流一下；
 - C. 只是在「與同學討論」的要求下，才與別人交流；
 - D. 經常與同學或老師討論數學問題；
 - E. _____
6. 在數學學習中，你碰到疑問時，一般和誰交流討論（ ）
- A. 與自己學習水平差不多的同學；
 - B. 比自己學習水平高的同學；
 - C. 老師；
 - D. 老師或與自己學習水平差不多或高的同學；
 - E. _____
7. 與數學老師討論數學問題時，你希望（ ）
- A. 老師給出結果或解決辦法；
 - B. 老師先講解，自己遇到不懂的時候，和老師討論；
 - C. 自己先試著講解，遇到不明白的時候，和老師討論；
 - D. 和老師共同探討，重點、難點老師能夠指出；
 - E. _____

8. 和同學討論數學問題時，你（ ）
- A. 聽別人講得多，自己很少發表意見；
 - B. 自己講得多，很少聽別人的意見；
 - C. 和同學激烈討論，始終堅持自己的觀點；
 - D. 能發表自己的看法，同時認真聽取別人的意見；
 - E. _____
9. 通過討論數學問題，你（ ）
- A. 收穫不大；
 - B. 有時有些收穫；
 - C. 增強了信心；
 - D. 增長了見識，獲得了啟發；
 - E. _____
10. 你希望老師佈置一些與同學討論的作業嗎？並寫下你的理由。（ ）
- A. 不希望佈置與同學討論的作業；理由：_____
 - B. 佈置也可以，不佈置也可以；理由：_____
 - C. 希望佈置。理由：_____
11. 你的作業中如果有「與同學討論」的作業，你會如何完成？（ ）
- A. 老師無法檢查，不必與同學討論；
 - B. 喜歡獨立思考，不與別人討論；
 - C. 隨意找同學討論一下；
 - D. 和願意討論的同學一起認真討論，作好總結；
 - E. _____
12. 你對數學問題討論還有甚麼樣的看法？請寫下來。
- _____
- _____